

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования «Национальный исследовательский  
ядерный университет «МИФИ»

**Университетский лицей № 1511  
предуниверситария НИЯУ МИФИ**

---

Утверждаю  
Руководитель Университетского лицей №1511  
предуниверситария НИЯУ МИФИ

\_\_\_\_\_ М.В.Мазурина

«08» августа 2020г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
МАТЕМАТИКА  
10-11 КЛАССЫ**

Согласовано  
Заведующий методическим  
объединением учителей математики  
лицея

\_\_\_\_\_ Шаврин О.А.,

«01» августа 2020г.

Разработчики:  
учитель математики  
Предуниверситария НИЯУ МИФИ  
Ширстова И.В.

Москва  
2020г.

Основная задача обучения математике в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования, в том числе самообразования, на протяжении всей жизни; сознательного отношения к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Наряду с решением основной задачи углубленное изучение математики предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей, подготовку к обучению в вузе, намерение сделать осознанный выбор будущей профессии, существенным образом связанной с математикой, и возможностей реализации собственных жизненных планов, выработку отношения к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем. Ставится задача по овладению навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания.

Предлагаемая программа учитывает общие и специфические цели углубленного изучения математики в целом и на каждом его этапе.

Программа включает два раздела: «Требования к математической подготовке учащихся» и «Содержание обучения».

Раздел «Требования к математической подготовке учащихся» задает примерный объем знаний, умений и навыков, которым должны овладеть школьники. В этот объем, безусловно, входят те знания, умения и навыки, обязательное приобретение которых всеми учащимися предусмотрено требованиями программы общеобразовательной школы; однако предполагается иное, более высокое качество сформированности их компетентностей. Учащиеся должны приобрести умения решать задачи более высокой по сравнению с обязательным уровнем сложности, точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач и доказательствах теорем, правильно пользоваться математической терминологией и символикой, применять рациональные приемы вычислений и тождественных преобразований, использовать наиболее употребительные эвристические приемы и т. д.

Раздел «Содержание обучения» включает полностью содержание курса математики соответствующих классов общеобразовательной школы и ряд дополнительных вопросов, непосредственно примыкающих к этому курсу и углубляющих его по основным идейным линиям. Включены также самостоятельные разделы (комплексные числа, элементы комбинаторики, элементы теории вероятностей и статистики), которые в настоящее время в школе изучаются мало, однако являются важными содержательными компонентами системы непрерывного математического образования.

Включение дополнительных вопросов преследует две взаимосвязанные цели. С одной стороны, это создание в совокупности с основными разделами курса базы для удовлетворения интересов и развития способностей учащихся, имеющих склонность к математике, с другой - восполнение содержательных пробелов основного курса, придающее содержанию углубленного изучения необходимую целостность.

Программа предусматривает возможность изучения содержания курса с различной степенью полноты. Дополнительные вопросы и темы, отмеченные курсивом, обязательны к изучению, но могут не выноситься на итоговый контроль

В связи с предоставленным учащимся правом начать углубленное изучение математики, как в основной, так и в старшей школе и необходимостью в любом случае обеспечить им возможность изучения полного, целостного курса содержание обучения на первом и втором этапах имеет ряд пересечений. Соответствующий материал на втором этапе рассматривается с учащимися, приступившими к углубленному изучению математики в старшей школе, в повторительном или обзорном порядке.

Планирование исходит из учебного плана для школ и классов с углубленным изучением математики, согласно которому на углублённое изучение математики отведено 9 часов в неделю (306 ч в 10 классе и 306 ч в 11 классе). Обычно в старшей школе изучаются два учебных предмета - алгебра и математический анализ и геометрия. Часть вопросов, связанных с теорией чисел, доказательствами неравенств, тождеств и т.д., планиметрией были вынесены в отдельный предмет-дополнительные главы математики. Эти вопросы недостаточно изучаются в основной школе, но являются непременной частью как итоговой аттестации, так и различных математических соревнований.

Успешность решения задач углубленного изучения математики во многом зависит от организации учебного процесса. Учителю предоставляется возможность свободного выбора методических путей и организационных форм обучения, проявления творческой инициативы. Однако при этом следует иметь в виду ряд общих положений, изложенных ниже.

## **Требования к математической подготовке учащихся.**

В результате изучения математики на профильном уровне ученик должен

*знать/понимать*

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе, основ логического, алгоритмического и математического мышления;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения, использования в других областях математики;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных и гуманитарных науках;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знаний и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

### ***Алгебра и математический анализ***

В результате изучения курса учащиеся должны уметь:

- выполнять действия над комплексными числами, заданными в различных формах; находить комплексные корни многочленов;

- строить графики элементарных функций и проводить преобразования графиков, используя изученные методы;
- проводить тождественные преобразования иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений;
- решать иррациональные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, доказывать несложные неравенства;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной, использовать приобретенные знания и умения для описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически;
- применять доказательства при обосновании математических утверждений и понимать роль аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности для решения геометрических, физических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

### ***Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.***

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- владеть умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей;
- *применять простейший аппарат статистики при решении различных задач.*

### ***Геометрия.***

*В результате изучения курса учащиеся должны уметь;*

- изображать на рисунках и чертежах пространственные геометрические фигуры и их комбинации, задаваемые условиями теорем и задач; выделять изученные фигуры на моделях и чертежах;
- доказывать основные изученные в курсе теоремы;

- проводить полные обоснования в ходе теоретических рассуждений и при решении задач, используя для этого изученные в курсах планиметрии и стереометрии теоретические сведения;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей и объемов), используя изученные формулы, а также аппарат алгебры, анализа и тригонометрии;
- применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований, векторный, координатный) к решению геометрических задач.

## **Содержание обучения.**

### **Числовые и буквенные выражения (60 часов).**

Делимость целых чисел. Деление с остатком. *Сравнения. Алгоритм Евклида.* Решение задач с целочисленными неизвестными.

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. *Возведение в натуральную степень (формула Муавра), извлечение корня. Основная теорема алгебры.*

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. *Схема Горнера.* Теорема Безу. Кратность корня многочлена. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. *Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. Обобщенная теорема Виета.*

Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

### **Тригонометрия (44 часа).**

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус, тангенс двойного угла. *Формулы половинного угла.* Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. *Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного угла. Формула вспомогательного аргумента.* Преобразование тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений. Простейшие тригонометрические неравенства.

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа. Преобразование выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.

### **Функции (36 часов).**

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, ограниченность, четность и нечетность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального минимума и максимума). *Выпуклость графика функции.* Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. *Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.*

Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.

Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжения и сжатия вдоль осей координат.

### **Начала математического анализа (122 часов).**

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной и ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и её сумма. *Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах.*

*Предел последовательности  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ .*

Понятие о непрерывности функции. *Основные теоремы о непрерывных функциях. Теорема о промежуточном значении функции, непрерывной на отрезке.*

*Понятие о пределе функции в точке. Поведение функции на бесконечности. Асимптоты. Теоремы о пределах функции. Предел функции  $\frac{\sin x}{x}$  при  $x \rightarrow 0$ .*

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. *Производные сложной и обратной функций.* Вторая производная и её физический смысл. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производной при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, при нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Применение интеграла в геометрии.

## **Уравнения и неравенства (124 часов).**

Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений и *неравенств.*

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Доказательство неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух неотрицательных чисел.



Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результатов, учет реальных ограничений.

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (42 часа).**

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие независимости событий. Правило умножения вероятностей. Вероятность и статистическая частота наступления события.*

### **Геометрия (182 часа).**

**Геометрия на плоскости (32 часа).** Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление длин биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угол между касательной и хордой.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек.

Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

*Теорема Чевы и теорема Менелая.*

*Эллипс, гипербола и парабола как геометрические места точек.  
Неразрешимость классических задач на построение.*

**Прямые и плоскости в пространстве (34 часа).** Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). *Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.*

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Понятие расстояния между фигурами.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. *Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.*

**Многогранники (53 часа).** Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Основание, высота. Площадь поверхности.

Пирамида. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Площадь поверхности.

Симметрия в кубе, в параллелепипеде, *в призме и пирамиде.*

*Понятие о симметрии в пространстве ( центральная, осевая, зеркальная).*

Сечения многогранников. Построение сечений.

*Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).*

**Тела и поверхности вращения (20 часов).** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения. *Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника. Комбинации многогранников и тел вращения.*

## *Цилиндрические и конические поверхности.*

**Объемы тел и площади их поверхностей (20 часов).** Понятие об объёме тела. Отношение объёмов подобных тел.

Формулы объёма куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объёма пирамиды и конуса, *усечённой пирамиды, усечённого конуса*. Формулы площади поверхности цилиндра и конуса, *усечённого конуса*. Формулы объёма шара и площади сферы, *частей шара и сферы*.

**Координаты и векторы (19 часов).** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнение сферы, плоскости и прямой в пространстве. Формула расстояния от точки до плоскости.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное и *векторное* произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.

**Резерв (6 часов)**

## **Литература**

### **Алгебра и начала математического анализа.**

Виленкин И.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбург С.И. Алгебра и математический анализ для 10 класса: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углублённым изучением математики. - М.: Просвещение, 1992-1997.

Рыжик В.И. Дидактические материалы по алгебре и математическому анализу. - М.: Просвещение, 1997.

Галицкий М.Л., Мошкович М.М., Шварцбург С.И. Углубленное изучение алгебры и математического анализа: Книга для учителя, - М.: Просвещение, 1986-1997.

Никольский С.М. и др. Алгебра и начала математического анализа для 10 и 11 класса: Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2001-2003.

Сборник задач по алгебре и началам анализа. Для 11 классов физико-математических лицеев./ Под ред. Осколкова В.А. – М.: МИФИ, 2004.

### **Геометрия.**

Погорелов А.В. Геометрия: Учебник для 7-11.кл. общеобразовательных учебных заведений. М.: Просвещение, 1990-2000.

Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия 10-11 кл.: Учебник для общеобразовательных учреждений с углублённым и профильным изучением математики. – М.: Дрофа, 2003.

Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия 10-11 кл.: Задачник для общеобразовательных учреждений с углублённым и профильным изучением математики. – М.: Дрофа, 2003.

Сборник задач по геометрии. Для 10 и 11 классов физико-математических лицеев при МИФИ./ Под ред. Осколкова В.А. – М.: МИФИ, 2002.