

1. В равнобедренном треугольнике центр вписанной окружности делит высоту в отношении $17 : 15$, а боковая сторона равна 34 см. Найдите основание треугольника.
2. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$) на диагонали AC взята точка E такая, что $BE \parallel CD$. Докажите, что площади треугольников ABC и DEC равны.
3. Найдите площадь трапеции, основания которой 16 см и 28 см, а диагонали – 17 см и 39 см.
4. Через вершину B равнобедренного треугольника ABC параллельно основанию AC проведена прямая BD . Через точку K – середину высоты BH проведен луч AK , пересекающий прямую BD в точке D , а сторону BC в точке N . Определите, в каком отношении точка N делит сторону BC .
5. Найдите площадь трапеции, основания которой 6 см и 26 см, а боковые стороны – 12 см и 16 см.
6. Треугольник ABC , стороны которого 13 см; 14 см и 15 см, разбит на три треугольника отрезками, соединяющими точку пересечения медиан M с вершинами треугольника. Найдите площадь треугольника BMC .
7. В равнобокой трапеции, площадь которой равна $27\sqrt{3}$ см², одно из оснований в два раза больше другого. Диагональ трапеции является биссектрисой острого угла. Найдите основания трапеции.
8. Точки C и D лежат на окружности с диаметром AB . Прямые AC и BD пересекаются в точке P , а прямые AD и BC – в точке Q . Докажите, что прямые AB и PQ перпендикулярны.
9. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CD к гипотенузе AB . Найдите AB , если $BC = 2\sqrt{3}$ см; $AD = 1$ см.
10. На стороне AB параллелограмма $ABCD$ как на диаметре построена окружность, проходящая через точку пересечения диагоналей и середину стороны AD . Найдите углы параллелограмма.
11. Боковые стороны трапеции лежат на перпендикулярных прямых. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции равен половине разности длин оснований.
12. В треугольник ABC вписан квадрат так, что две его вершины лежат на стороне AB , и по одной вершине – на сторонах AC и BC . Найдите площадь квадрата, если $AB = 40$ см, а высота, проведенная из вершины C , имеет длину 24 см.
13. Докажите, что если диагонали трапеции перпендикулярны, то сумма квадратов их длин равна квадрату суммы длин оснований.
14. В треугольник вписан ромб так, что один угол у них общий, а противоположная вершина делит сторону треугольника в отношении $1 : 3$. Диагонали ромба равны 18 см и 24 см. Найдите стороны треугольника, содержащие стороны ромба.
15. В параллелограмме $ABCD$ диагональ BD перпендикулярна стороне AD . Найдите AC , если $AD = 6$ см, $BD = 5$ см.
16. В треугольнике со сторонами 30 см, 25 см и 11 см найдите длину высоты, проведенной из вершины меньшего угла.
17. Найдите площадь равнобокой трапеции, если ее диагональ равна 29 см, а средняя линия – 21 см.
18. В треугольнике ABC проведены медианы AM и CN . Найдите расстояние между их серединами, если $AC = 16$ см.
19. В треугольнике ABC угол A больше угла B , а угол B больше угла C . К какой из вершин треугольника ближе всего расположен центр вписанной в него окружности?
20. Дан прямой угол. Найдите геометрическое место середин всех отрезков одной и той же длины с концами на сторонах этого угла.
21. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C$ – прямой) проведена высота CD , а в треугольнике ACD биссектриса CE . Докажите, что треугольник ACD равнобедренный.
22. В равнобокой трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне и является биссектрисой одного из углов трапеции. Определите, в каком отношении диагонали трапеции делится точкой их пересечения.
23. Треугольник ABC – равносторонний со стороной, равной a . На расстоянии a от вершины A взята точка D . Найдите угол BDC .
24. В треугольнике ABC биссектриса AE равна отрезку EC . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что $AC = 2AB$.

25. Внутри треугольника ABC взята точка D такая, что $\angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$. Докажите, что отрезки AD и BC перпендикулярны и равны, если угол BAC равен 45° .
26. В трапеции $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны. На большем основании AD выбрана точка M так, что $BM = MD = 3$ см. Найдите длину средней линии трапеции.
27. Найдите углы треугольника, если высота и медиана, проведенные из одной вершины, делят угол при этой вершине треугольника на три равные части.
28. Две окружности пересекаются в точках A и B , прямая CD – общая касательная этих окружностей (C и D – точки касания). Прямые AB и CD пересекаются в точке N . Докажите, что N – середина CD .
29. В прямоугольной трапеции $ABCD$ высота AB равна сумме оснований AD и BC . Биссектриса угла ABC пересекает сторону CD в точке K . В каком отношении эта точка делит CD ?
30. На окружности с центром O дана точка A . Найдите геометрическое место середин всех хорд этой окружности, проведенных из точки A .
31. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника с основанием 10 см и боковой стороной 13 см.
32. Точки M и N – середины сторон CD и BC параллелограмма $ABCD$. Докажите, что отрезки AM и AN делят диагональ BD на три равные части.
33. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана произвольная точка M и из нее опущены перпендикуляры MK и MP на катеты этого треугольника. Определите, при каком положении точки M длина отрезка PK будет наименьшей.
34. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник с основанием 16 см и боковой стороной 10 см.
35. Биссектриса CD прямого угла треугольника ABC делит гипотенузу на отрезки 15 см и 20 см. Найдите катеты треугольника.