

Работа 3

ИЗУЧЕНИЕ ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА

Цель работы: Проверить прямую пропорциональную зависимость ускорения a , сообщаемого телу от силы F , и обратную пропорциональную зависимость от общей массы системы тел.

Введение

В инерциальной системе отсчета единственной причиной ускоренного движения тела является нескомпенсированное воздействие на это тело других тел. Мерой такого воздействия является сила.

Если на тело, или систему тел, массы m действуют силы, то ускорение приобретаемое телом под действием нескольких сил,

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum_i \vec{F}_i \quad (3.1)$$

пропорционально векторной сумме всех действующих на тело сил, которая называется равнодействующей силой, и обратно пропорционально массе тела.

Масса m является количественной характеристикой инертности тела. Инертность – это свойства тела, выражающая степень неподатливости тела к изменению его скорости. Тело с большей массой является более инертным, и наоборот. При воздействии на тела одинаковых сил ускорение, получаемой телом, будет тем меньше, чем больше его масса:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (3.2)$$

Уравнение (3.1) является основным уравнением динамики поступательного движения материальной точки и представляет собой второй закон Ньютона.

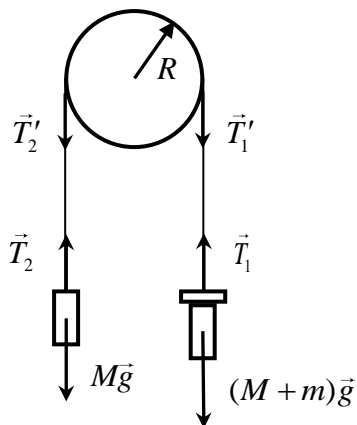


Рис.3.1

Применим основной закон динамики поступательного движения к системе тел, изображенных на рис.3.1. Два груза массами M соединены нитью, перекинутой через неподвижный блок радиуса R и моментом инерции I . Если на один из грузов положить перегрузок массой m , то система придет в движение. На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести \vec{F}_T , направленная вниз, и сила \vec{T} натяжения нити, направленная

вверх. Тогда основное уравнение динамики для груза 1 с перегрузком имеет вид:

$$(M + m)\vec{g} + \vec{T}_1 = (M + m)\vec{a}_1. \quad (3.3)$$

Аналогичное уравнение может быть записано и для второго груза:

$$M\vec{g} + \vec{T}_2 = M\vec{a}. \quad (3.4)$$

Основное уравнение динамики вращательного движения неподвижного блока имеет вид:

$$\sum_i N_{zi} = I\beta, \quad (3.5)$$

где $\sum_i N_{zi}$ – алгебраическая сумма моментов сил, действующих на блок, относительно оси вращения; β – угловое ускорение.

При движении грузов блок ускоренно вращается по часовой стрелке, следовательно, $T_1' > T_2'$, где \vec{T}_1' и \vec{T}_2' силы, приложенные к ободу блока. Тогда, уравнение (3.5), можно записать в следующем виде

$$T_1 R - T_2 R - N_{mp} = I \beta , \quad (3.6)$$

где N_{mp} – момент силы трения, действующий на блок.

Будем считать, что нить невесомая, нерастяжимая и не скользит по блоку. В силу невесомости нити, согласно третьему закону Ньютона, силы \vec{T}'_1 и \vec{T}'_2 , приложенные к ободу блока, равны по модулю соответственно силам \vec{T}_1 и \vec{T}_2 , но противоположны им по направлению:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}'_1| \text{ и } |\vec{T}_2| = |\vec{T}'_2| . \quad (3.7)$$

Так как нить нерастяжима, то все грузы будут двигаться с одинаковым по модулю ускорением:

$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a . \quad (3.8)$$

В отсутствие скольжения нити по блоку, линейное ускорение грузов a равно модулю тангенциального ускорения точек обода блока, и связано с угловым ускорением блока соотношением:

$$a = a_\tau = R \beta . \quad (3.9)$$

Проецируя уравнения (3.3) и (3.4) на ось Oy , направленную вертикально вверх, получим с учетом формул (3.6)-(3.9) систему уравнений:

$$\begin{aligned} -(M + m)g + T_1 &= -(M + m)a , \\ -Mg + T_2 &= Ma , \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$T_1 R - T_2 R - N_{mp} = I \frac{a}{R} .$$

Решая данную систему уравнений, пренебрегая моментом сил трения и учитывая, что момент инерции блока равен $I = \frac{M_{\text{об}} R^2}{2}$,

получим для ускорения следующее выражение:

$$a = \frac{mg}{2M + m + M_{\text{об}} / 2} , \quad (3.11)$$

где $M_{\text{об}}$ – масса блока, M – масса одного из грузов и m – масса перегруза.

Проверка второго закона Ньютона в данной работе сводится к проверке следующих соотношений:

1. зависимости ускорения a от силы тяжести перегруза при неизменной общей массе $M_{\text{общ}}$ движущихся тел:

$$a \sim tg ; \quad (3.12)$$

2. зависимости ускорения a от массы движущихся тел при постоянной силе (постоянной массе перегрузка m):

$$a \sim \frac{1}{M_{\text{общ}}} = \frac{1}{(2M + m + M_{\text{гл}}/2)}. \quad (3.13)$$

Методика выполнения работы

Работа выполняется на установке «Машина Атвуда» (рис.2.2). Установка состоит из вертикальной стойки 1 с сантиметровыми делениями, основанием (7) снабженного тремя регулируемыми опорами и блока 2, укрепленного на подшипнике. Через блок перекинута нить с грузами одинаковой массы 6. При измерениях правый груз 6 с перегрузком устанавливается на определенной высоте с координатой y_1 , после чего включается электромагнит 3 и

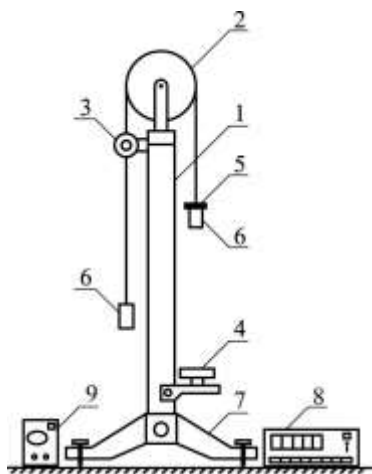


Рис.3.2

нить, удерживающая грузы, зажимается. Питание электромагнита осуществляется источником постоянного тока 9 через миллисекундомер 8, с помощью которого включается и выключается электромагнит. При выключении электромагнита нить освобождается и включается миллисекундомер. Счет времени прекращается при пересечении правым грузом оптической оси фотодатчика (5) на высоте с координатой y_2 .

Считая движение груза

равноускоренным, тело с перегрузком за время t , согласно кинематическим уравнениям движения, пройдет путь:

$$S = \frac{at^2}{2}. \quad (3.14)$$

Отсюда, ускорение, с которым будут двигаться грузы под действием перегрузка массой m определяется формулой:

$$a = \frac{2S}{t^2}, \quad (3.15)$$

где $S = y_1 - y_2$.

Приборы и принадлежности	Технические характеристики
Машина Атвуда со стойкой, двумя грузами и перегрузком	
Миллисекундомер	

Порядок выполнения работы

Задание 1. Исследование зависимости ускорения грузов от силы тяжести, действующей на перегрузы.

1. Включите установку (миллисекундомер) в цепь переменного тока (~ 220 В).

2. Отрегулируйте положение машины Атвуда, при помощи регулировочных опор, используя для визуального наблюдения уровень.

3. Перекиньте через шкив нить с двумя грузами (без перегрузков) и убедитесь, что система находится в положение равновесия.

4. Найдите и запишите под таблицей 3.1 массы груза M , перегрузков m и блока M_{bl} .

5. Установите кронштейн с фотодатчиком в нижней части шкалы вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна,

окрашенная в красный цвет, совпала с одной из рисок шкалы, а правый груз при движении вниз проходил в центре рабочего окна фотодатчика

6. Нажмите кнопку «Сеть» блока миллисекундомера. При этом должно включиться табло индикации и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

7. Нажмите кнопки «Пуск», затем «Стоп» и «Сброс».

8. Положите на правый груз три перегрузка разной массы (задаются преподавателем), установите их на высоте $h = 25$ см от фотодатчика.

9. Нажмите кнопку «Пуск» блока, при этом происходит растормаживание электромагнитного тормоза, грузы приходят в движение и таймер блока начинает отсчет времени. После прохождения грузов через оптический датчик отсчет времени прекратится.

10. Запишите время движения грузов в 1-ю колонку таблицы 3.1. Прделайте измерения три раза.

11. Переложите самый легкий перегрузок на левый груз. Повторите измерения п.п. 6-9 и запишите результат во 2-ю колонку таблицы 3.1.

12. Поменяйте местами легкий и средний перегрузок. Повторите измерения п.п. 6-9 и запишите результат в 3-ю колонку таблицы 3.1.

Таблица 3.1

$h = 50$ см, $m_1 =$			$m_2 =$			$m_3 =$		
$m = m_1 + m_2 + m_3 =$			$m = m_1 + m_2 - m_3 =$			$m = m_1 - m_2 + m_3 =$		
$\tau_1,$ мс	1		$\tau_2,$ мс	1		$\tau_3,$ мс	1	
	2			2			2	
	3			3			3	
$\langle \tau_1 \rangle \pm \Delta \tau_1$			$\langle \tau_2 \rangle \pm \Delta \tau_2$			$\langle \tau_3 \rangle \pm \Delta \tau_3$		
$\langle a_1 \rangle \pm \Delta a_1$			$\langle a_2 \rangle \pm \Delta a_2$			$\langle a_3 \rangle \pm \Delta a_3$		

13. Рассчитайте зависимость $a(F) = \frac{F}{2M + M_{\text{об}}/2 + m_1 + m_2 + m_3}$

и постройте ее график, где $F = mg$.

14. Рассчитайте ускорения, с которыми двигались грузы и нанесите их на график $a(F)$.

Расчетные формулы:

$$\langle h \rangle = |z_1 - z_2|; \Delta h = \Delta z \sqrt{2}; \Delta z = \Delta z_{\text{приб}};$$

$$\langle \tau \rangle = \frac{\tau_{\text{МАКС}} + \tau_{\text{МИН}}}{2}; \Delta \tau = \frac{\tau_{\text{МАКС}} - \tau_{\text{МИН}}}{2} \text{ или } \Delta \tau_{\text{приб}};$$

$$\langle a \rangle = 2 \langle h \rangle / \langle \tau \rangle^2; \Delta a = \langle a \rangle \sqrt{E_h^2 + (2E_\tau)^2}$$

$$E_h = \frac{\Delta h}{\langle h \rangle}; E_\tau = \frac{\Delta \tau}{\langle \tau \rangle}.$$

Задание 2. Исследование зависимости ускорения грузов от общей массы.

1. Положите на грузы сверху добавочные грузы по 20 г., оставив неизменным положение перегрузков, как в п.12 задания 1. Прделайте измерения времени согласно пп. 6-9 задания 1. Результаты занесите в таблицу 3.2.

2. Сверху положите еще добавочные грузы каждой массой 20 г. Снова проделайте измерения времени согласно пп. 6-9 задания 1. Результаты запишите в таблицу 3.2.

3. Полностью заполните таблицу 3.2, используя для этого последнюю серию измерений таблицы 3.1.

4. Рассчитайте зависимость $a(1/M) = F/M$ при $F = (m_1 - m_2 + m_3)g$ и постройте ее график.

5. Вычислите ускорение $a(1/M_{\text{ОБЩ}})$ и нанесите его значение на график зависимости $a(1/M)$.

Таблица 3.2.

$m = m_1 - m_2 + m_3 =$						$h = 50 \text{ см}$		
$M_{\text{ОБЩ}} =$			$M_{\text{ОБЩ}} =$			$M_{\text{ОБЩ}} =$		
$1/M_{\text{ОБЩ}} =$			$1/M_{\text{ОБЩ}} =$			$1/M_{\text{ОБЩ}} =$		
$\tau_1,$ мс	1		$\tau_2,$ мс	1		$\tau_3,$ мс	1	
	2			2			2	
	3			3			3	
$\langle \tau_1 \rangle \pm \Delta \tau_1$			$\langle \tau_2 \rangle \pm \Delta \tau_2$			$\langle \tau_3 \rangle \pm \Delta \tau_3$		
$\langle a_1 \rangle \pm \Delta a_1$			$\langle a_2 \rangle \pm \Delta a_2$			$\langle a_3 \rangle \pm \Delta a_3$		

Расчетные формулы:

$$M_{\text{ОБЩ}} = 2M + M_{\text{ан}}/2 + m_1 + m_2 + m_3;$$

$\langle h \rangle, \Delta h, \langle \tau \rangle, \Delta \tau, \langle a \rangle, \Delta a$ – как и для таблицы 3.1.

6. Напишите заключение к работе.

Контрольные вопросы

1. Что характеризует масса тела?
2. При каком условии ускорения тел, используемых в машине Атвуда, одинаковы по модулю?
3. В чем заключается принцип действия машины Атвуда?
4. Как учитывается сила трения в блоке? Как её измерить?
5. Какие силы двигают грузы с перегрузом?
6. Сформулируйте второй закон Ньютона.
7. Напишите уравнения движения грузов машины Атвуда.
8. При каких условиях одинаковы силы натяжения нитей по обе стороны неподвижного блока?
9. Какие величины определяют с помощью косвенных измерений в данной лабораторной работе?
10. Как с помощью машины Атвуда измерить ускорение свободного падения?

Литература