

## Работа 5

### УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ЗАКРЕПЛЕННОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ

**Цель работы:** Проверить условие равновесия тел

Любое движение твердого тела можно представить как сложение двух независимых движений – поступательного и вращательного.

Тело находится в равновесии, если под действием сил, приложенных к нему, оно движется равномерно и прямолинейно без ускорения, или равномерно вращается вокруг одной из специальным образом выбранных осей (для симметричного тела – одной из осей симметрии), или покоится.

Чтобы невращающееся тело находилось в равновесии, необходимо равенство нулю равнодействующей сил, приложенных к телу:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0. \quad (5.1)$$

Это условие равносильно тому, чтобы проекций, приложенных к телу сил, равнялись нулю:

$$\sum (F_i)_x = 0; \quad \sum (F_i)_y = 0; \quad \sum (F_i)_z = 0.$$

Для тела с закрепленной осью вращения (вдоль оси направим ось  $Z$  прямоугольной системы координат) равенство нулю  $\sum (F_i)_x$ ;  $\sum (F_i)_y$  выполняется автоматически возникновением сил со стороны оси.

Чтобы тело не двигалось вдоль оси, необходимо

$$\sum (F_i)_z = 0. \quad (5.2)$$

При выполнении условия (5.2) возможно только вращения тела вокруг оси  $Z$ .

Для рассмотрения вращательного движения тела на закрепленной оси вращения существенны значения не самой силы

$\vec{F}$ , а её составляющей  $\vec{F}_Q$ , лежащей в плоскости  $Q$ , которая перпендикулярна оси вращения, а также расстояние  $d$  от оси  $Z$  до линии действия последней (рис. 5.1). При этом положение плоскости  $Q$  вдоль оси вращения не играет роли. Составляющая силы  $\vec{F}_z$  вызывает поступательное движение тела вдоль оси  $Z$ , или компенсируется составляющими других сил, когда выполняется условие (5.2).

Расстояние  $d$  от оси  $Z$  до линии действия составляющей силы  $\vec{F}_Q$ , лежащей в плоскости, перпендикулярной оси вращения, называется **плечом силы**, а произведение  $F_Q d$  - **моментом силы**  $M$  относительно оси.

Для случая тела на закрепленной оси рассматриваются силы, лежащие в плоскости чертежа, ось вращения при этом изображается точкой, а момент такой силы относительно оси  $M = Fd$ .

Момент силы – алгебраическая величина. Если он, действуя в отдельности, вращает тело по часовой стрелке, то его считают положительным, если против часовой стрелки – отрицательным.

Тело на закрепленной оси вращения находится в равновесии, если результирующий момент равен нулю.

Таким образом, необходимым и достаточным условием равновесия тела на закрепленной оси является:

$$\sum_{i=1}^n (\vec{F}_i)_z = 0; \quad (5.3)$$

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0. \quad (5.4)$$

Система, состоящая из нескольких тел, находится в равновесии, если тела покоятся относительно друг друга.

Равновесие называется устойчивым, если при малом отклонении от равновесного положения равнодействующая сил, приложенных к системе, возвращает ее к положению равновесия.

Равновесие неустойчиво, если при малом отклонении от равновесного положения равнодействующая сил, приложенных к телу, удаляет его от этого положения.

Если малые отклонения системы от равновесия не приводят к каким-либо изменениям в состоянии системы, то такое равновесие называется безразличным.

Устойчивое равновесие характеризуется минимумом потенциальной энергии системы, неустойчивое – максимальным. При безразличном равновесии потенциальная энергия не изменяется.

### Методика выполнения работы

В работе определяется положение центра тяжести неоднородного диска. При изучении условий равновесия твердого тела с закрепленной осью вращения определяются силы, действующие на диск, и проверяется правило моментов.

Установка изображена на рис. 5.2. В установке неоднородный диск 1 может поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его геометрический центр и укрепленной на раме 2. Неоднородность диска создана в результате того, что в его объемную часть введено тяжелое тело. Поэтому геометрический центр диска не совпадает с центром тяжести. В свободном положении центр тяжести диска, его геометрический центр, и верхняя точка, отмеченная металлическим штырем, находятся на одной прямой – вертикали.

На раме 2 нанесена угловая шкала, позволяющая определить отклонение диска от вертикали. Положение диска фиксируется боковыми винтами 3. С помощью регулировочных винтов 4 перед началом работы совмещаются металлический штырь диска и нулевая отметка угловой шкалы. Динамометр 5 прикрепляется

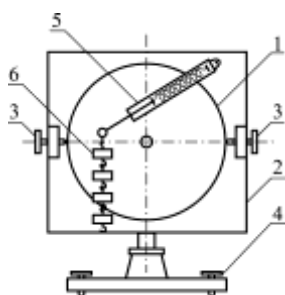


Рис. 5.2

одним концом к раме, другим – к диску. При повороте диска пружина растягивается, стремясь вернуть систему в положение устойчивого равновесия. Натяжение пружины измеряется по шкале динамометра. К диску на тонкой нити подвешиваются грузы б.

Приборы и принадлежности	Технические характеристики
Установка с динамометром и отвесом	
Спаренный динамометр	
Набор грузов	
Штатив со штырем	

**Задание 1. Измерение массы и определение центра тяжести неоднородного диска.**

1. С помощью спаренного динамометра, укрепленного на штативе, взвесьте три раза диск. Измеренные значения силы тяжести запишите в табл. 5.1.

Таблица 5.1

$P_i, Н$			$F_i, Н$			$T \pm \Delta T, Н$	$N \pm \Delta N, Н$
$\langle P \rangle \pm \Delta P, Н$			$\langle F \rangle \pm \Delta F, Н$				

2. Найдите положение центра тяжести диска. Для этого прикрепите кнопками к диску лист миллиметровой бумаги с вырезом посередине (вырез должен быть сделан так, чтобы пересечение двух толстых линий проходило через центр диска), подвесьте диск вместе с отвесом с помощью стержня (гвоздя) последовательно в трех его точках, просверленных на краях диска. На пересечении трех прямых, проведенных по отвесу, найдите положение центра тяжести, отметив его точкой. Если на пересечении прямых

образуется маленький треугольник, то точку берут в его геометрическом центре.

После этого **миллиметровую бумагу с диска не снимать!**

**Задание 2. Определение силы реакции  $\vec{N}$ , действующей на диск со стороны оси вращения.**

1. Надев диск на ось, прикрепите к нему динамометр с помощью гвоздя, продетого через диск, и подвесьте на нити грузы такой массы, чтобы пружинка растянулась примерно вдвое (3 – 4 груза по 100 гр.). Снимите показания динамометра  $F$  и занесите их в таблицу 5.1.

2. Выведите диск из состояния равновесия. После затухания колебаний запишите снова показания динамометра. Повторите эти действия еще раз.

3. В положении равновесия закрепите диск стопорными винтами и на миллиметровке проведите направления действия силы упругости пружины  $\vec{F}$ , силы тяжести  $\vec{P}$  и натяжения нити  $\vec{T}$ .

4. По массам грузов определите силу натяжения грузов  $T$ .

5. Снимите миллиметровую бумагу, заклейте отверстия в ней. Восстановите точку оси вращения.

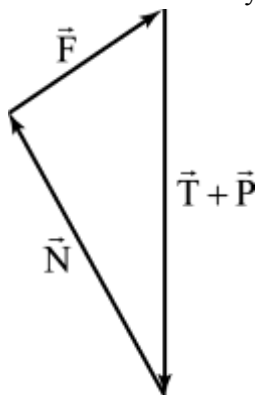


Рис. 5.3

6. Определите силу реакции  $\vec{N}$  графическим способом. На миллиметровой бумаге в определенном масштабе (1Н:10мм) отложите векторы  $\vec{P} + \vec{T}$  и  $\vec{F}$ , как показано на рис. 5.3. При этом должно выполняться условие равновесия системы:  $\vec{F} + \vec{T} + \vec{P} + \vec{N} = 0$ .

Следовательно, чтобы найти  $\vec{N}$ , надо соединить конец вектора  $\vec{P} + \vec{T}$  и начало вектора  $\vec{F}$ . Значение модуля  $N$  запишите в табл. 5.1.

7. Отметьте точки приложения сил  $\vec{F}$ ,  $\vec{T}$  (гвоздь),  $\vec{P}$  (центр тяжести),  $\vec{N}$  (центр диска). Параллельным переносом с помощью линейки и угольника проведите линии действия сил.

Расчетные формулы

$$\Delta N = \sqrt{(\Delta P)^2 + (\Delta T)^2 + (\Delta F)^2} ;$$

$$\Delta P = (P_{\max} - P_{\min})/2, \text{ или } \Delta P_{\text{приб}}, \Delta F - \text{аналогично } \Delta P .$$

$$\Delta T = (\Delta m) \cdot g \cdot \sqrt{n}, \text{ где } \Delta m - \text{погрешность массы одного груза} \\ (\Delta m/m \approx 1\%), \text{ а } n - \text{число грузов.}$$

### Задание 3. Проверка правила моментов

1. Определите графически плечи  $d_P$ ,  $d_T$ ,  $d_F$ ,  $d_N$  сил  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}$ ,  $\vec{F}$  относительно оси вращения диска и запишите измеренные значения в табл. 5.2. Значения  $P$ ,  $T$ ,  $F$  заимствуйте из табл. 5.1

2. Выполнив необходимые расчеты, заполните табл. 5.2.

3. Убедитесь, что правило моментов справедливо для любой оси, параллельной той, вокруг которой тело в действительности может поворачиваться (указывается преподавателем). Определите графически плечи  $d'_P$ ,  $d'_T$ ,  $d'_F$ ,  $d'_N$  сил  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}$ ,  $\vec{F}$  относительно новой оси вращения диска, записав измеренные значения в табл. 5.3.

Таблица 5.2

$d_P \pm \Delta d_P$ , мм		$d_T \pm \Delta d_T$ , мм		$d_F \pm \Delta d_F$ , мм		$d_N \pm \Delta d_N$ , мм	
$P \pm \Delta P$ , Н		$T \pm \Delta T$ , Н		$F \pm \Delta F$ , Н		$N \pm \Delta N$ , Н	
$M_P \pm \Delta M_P$ , Нмм		$M_T \pm \Delta M_T$ , Нмм		$M_F \pm \Delta M_F$ , Нмм		$M_N \pm \Delta M_N$ , Нмм	
$M \pm \Delta M$							

4. Выполнив необходимые расчеты, заполните табл. 5.3.  
 5. Сопоставив результаты измерений по табл. 5.2 и 5.3, сделайте вывод.

Таблица 5.3

$d_p \pm \Delta d_p$ , мм		$d_T \pm \Delta d_T$ , мм		$d_F \pm \Delta d_F$ , мм		$d_N \pm \Delta d_N$ , мм	
$P \pm \Delta P$ , Н		$T \pm \Delta T$ , Н		$F \pm \Delta F$ , Н		$N \pm \Delta N$ , Н	
$M_P \pm \Delta M_P$ , Нмм		$M_T \pm \Delta M_T$ , Нмм		$M_F \pm \Delta M_F$ , Нмм		$M_N \pm \Delta M_N$ , Нмм	
$M \pm \Delta M$							

Расчетные формулы

$\Delta d = \Delta d_{i \text{ ДЭА}}; N, T, P, F, \Delta N, \Delta T, \Delta P, \Delta F$  – из таб. 5.1;

$\Delta M_P = M_P \sqrt{E_d^2 + E_P^2}; \Delta M_T, \Delta M_F, \Delta M_N$  – аналогично  $\Delta M_P$

$M = \sum M_i; \Delta M = \sqrt{(\Delta M_P)^2 + (\Delta M_T)^2 + (\Delta M_F)^2 + (\Delta M_N)^2}$ .

6. Напишите заключение к работе

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте условия равновесия твердого тела с закрепленной осью вращения.
2. Тело находится на закрепленной оси вращения. Как должна проходить линия действия силы, приложенной к телу, чтобы оно находилось в состоянии равновесия?
3. Может ли тело, находящееся в равновесии, двигаться поступательно или вращаться?