

Работа 6

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ РАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ

Цель работы: Проверить II-й закон Ньютона в случае равномерного движения точки по окружности.

Введение

Основным уравнением динамики называют второй закон Ньютона, математическая запись которого имеет вид:

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}, \quad (6.1)$$

где $\sum_i \vec{F}_i$ – сумма всех сил действующих на материальную точку массой m или равнодействующая силы, \vec{a} – ускорение, приобретаемое под действием данных сил. Ускорение точки характеризует быстроту изменения скорости и определяется выражением:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (6.2)$$

В отличие от вектора скорости, который всегда направлен по касательной к траектории, вектор ускорения может иметь составляющие, направленные как по касательной, так и по нормали к траектории (рис.6.1).

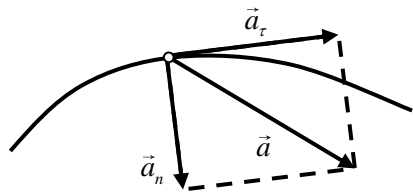


Рис.6.1

Ускорение материальной точки можно представить в виде суммы двух векторов \vec{a}_n и \vec{a}_τ :

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau = a_n \vec{n} + a_\tau \vec{\tau}, \quad (6.3)$$

где \vec{a}_n – нормальное ускорение, направленное к центру кривизны траектории и перпендикулярное вектору скорости; \vec{a}_τ – тангенциальное ускорение, направленное по касательной к траектории.

Нормальное ускорение показывает быстроту изменения скорости по направлению:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (6.4)$$

где R – радиус кривизны траектории. Если направление скорости не меняется, движение происходит по прямолинейной траектории, и нормальное ускорение равно нулю.

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (6.5)$$

Если скорость растет по величине ($\frac{dv}{dt} > 0$), то \vec{a}_τ направлено в сторону движения, если скорость по величине убывает ($\frac{dv}{dt} < 0$), то \vec{a}_τ направлено против направления движения, если же скорость по величине не изменяется (равномерное движение), то тангенциальное ускорение равно нулю.

При равномерном движении материальной точки по окружности, она будет иметь только нормальное ускорение, направленное к центру окружности. Поэтому данное ускорение называют иногда центростремительным ускорением.

При движении частицы по окружности наряду со скоростью движения по траектории (линейная скорость), вводят угловую скорость движения, характеризующая быстроту изменения угла поворота:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (6.6)$$

Между линейной и угловой скоростью существует соотношение:

$$v = R\omega. \quad (6.7)$$

Для характеристики равномерного движения по окружности наряду с угловой скоростью используют период обращения T , определяемый как время, в течение которого совершается один полный оборот (т.е. поворот на угол $\varphi = 2\pi$), и частоту ν — величину, обратную периоду T , которая равна числу оборотов за единицу времени:

$$T = \frac{1}{\nu} \quad (6.8)$$

Из определения (6.6) угловой скорости следует связь между величинами ω , T и ν :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (6.9)$$

С учетом формул (6.7) и (6.9) центростремительное ускорение (6.4) можно представить в виде:

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (6.10)$$

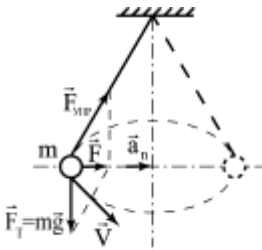


Рис.6.2

шарика имеет вид:

$$\vec{F}_T + \vec{F}_{упр} = m\vec{a}, \quad (6.11)$$

где $\vec{a} = \vec{a}_n$ — нормальное ускорение шарика, в силу равномерного движения по окружности величина a_n определяется выражением (6.10).

Для любого положения шарика равнодействующая силы тяжести и силы упругости $\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_{\text{упр}}$ направлена к центру окружности и модуль данной силы определяется выражением (см. рис. 6.2)

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_{\text{упр}}^2 - F_T^2}. \quad (6.12)$$

С учетом выражения (6.10) произведение массы на ускорение равно

$$ma_n = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}, \quad (6.13)$$

а согласно второму закону Ньютона

$$ma_n = F. \quad (6.14)$$

В работе проводится проверка второго закона Ньютона применительно к равномерному движению материальной точки по окружности, т.е. проверяется, насколько точно выполняется равенство (6.14).

Методика выполнения работы

Изучение динамики равномерного движения материальной точки по окружности выполняется с помощью конического маятника, который представляет собой подвешенный на нити шарик, равномерно движущийся по окружности.

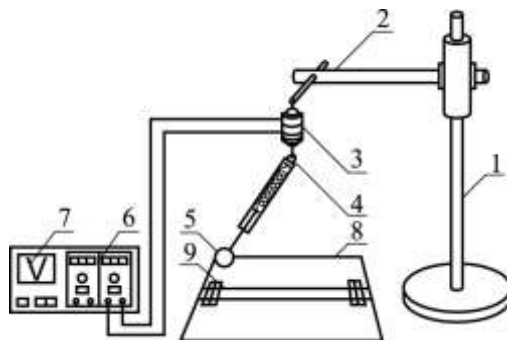


Рис.6.3

Установка (рис. 6.3) состоит из массивной стойки 1, с которой связан кронштейн 2. К кронштейну прикреплен электродвигатель постоянного тока 3, к валу которого прицеплен динамометр 4 с шариком 5. Электродвигатель питается от источника питания 6. Угловая скорость вращения вала регулируется ручкой выпрямителя. В целях выбора оптимального режима вращения используется вольтметр 7, позволяющий измерять напряжение, прикладываемое к электродвигателю и обеспечивающее движение шарика по окружности определенного радиуса. Для измерения радиуса окружности, по которой движется шарик, используется планшет 8 с линейкой 9, который располагается под динамометром с шариком. Динамометр снабжен легкой муфточкой, свободно перемещающейся вдоль его шкалы и обеспечивающей снятие показаний динамометра после установки системы: указатель пружины, вращающийся с подвешенным шариком, надавливая на муфточку, смещает ее в соответствии с показанием динамометра. С помощью лабораторных весов производится взвешивание шариков.

Приборы и принадлежности	Технические характеристики
Стойка-кронштейн	
Электродвигатель	
Источник питания	
Динамометр	
Планшет с линейкой	
Секундомер	
Два шарика	

Порядок выполнения работы

1. Взвесьте на динамометре один из шариков. Значение силы тяжести шарика F_T и приборную погрешность запишите в табл. 6.1.

2. Установите динамометр так, чтобы шарик немного не касался плоскости планшета. Придвиньте муфточку, скользящую вдоль шкалы, вплотную к указателю.

3. Включите источник питания и подайте напряжение по указанию преподавателя (~27В). С помощью регулировки напряжения добейтесь равномерного движения шарика по окружности радиусом 10-20 см.

4. Выждите **5 мин**, пока режим вращения не станет стационарным. Об этом можно судить, если под одно из крайних положений шарика поставить визир линейки и центр шарика будет все время проходить над ним. После этого под другое крайнее положение шарика поставьте второй визир, зафиксировав тем самым диаметр окружности вращения шарика.

5. Измерьте три раза с помощью секундомера время t десяти ($n = 10$) оборотов маятника. Данные занесите в табл. 6.1.

6. Выключив источник напряжения, дождитесь остановки шарика. По положению муфточки динамометра, установив ее в положение при движении, измерьте силу $F_{УПР}$, с которой была натянута пружина динамометра при равномерном вращении маятника.

7. По расстоянию между визирами определите радиус окружности.

8. Оцените погрешности прямых измерений, проведите расчеты по формулам (6.2) и (6.4) и заполните все графы табл. 6.1.

Таблицы 6.1 – 6.2

Измеряемые величины	m , кг	F_T , Н	R , м	t , с			$\langle t \rangle$, с	T , с	$F_{УПР}$, Н
				1	2	3			
Значение \pm погрешность									
Расчетные величины	a_n , м/с ²		ma_n , Н			F , Н			
Значение \pm погрешность									

Расчетные формулы.

$$\langle t \rangle = \frac{t_{\max} + t_{\min}}{2}, \quad \Delta t = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{2} \quad \text{или} \quad \Delta t = \Delta t_{\text{приб}};$$

Δm , ΔF_T , ΔR , $\Delta F_{\text{УПР}}$, – приборные погрешности;

$$T = \frac{\langle t \rangle}{n}, \quad \Delta T = \frac{\Delta t}{n};$$

$$a_n = 4\pi^2 R/T^2; \quad \Delta a_n = a_n \sqrt{E_R^2 + (2E_T)^2}; \quad E_R = \frac{\Delta R}{R}, \quad E_T = \frac{\Delta T}{T};$$

$$\Delta(ma_n) = ma_n \sqrt{E_a^2 + E_m^2};$$

$$F = \sqrt{F_{\text{УПР}}^2 - F_T^2}; \quad \Delta F = \sqrt{\left(\frac{\Delta F_{\text{УПР}} \cdot F_{\text{УПР}}}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F_T \cdot F_T}{F}\right)^2}$$

9. Оцените погрешности прямых измерений, рассчитайте a_n и R , заполните все графы табл. 6.1.

10. Проведите измерения пп. 1-8 для другого шарика и заполните таблицу 6.2.

11. Сравните с учетом погрешностей измерений числовые значения R и ma_n . Сделайте выводы.

12. Напишите заключение к работе.

Контрольные вопросы

1. Для нормального ускорения известны два выражения $a_n = V^2/R$ и $a_n = \omega^2 R$. Усматриваете ли Вы противоречие в том, что согласно одному из них ускорение обратно пропорционально, а согласно другому – прямо пропорционально радиусу R окружности, по которой движется материальная точка?

2. Можно ли утверждать, что равномерное движение частицы по окружности происходит под действием постоянной силы? С постоянным ускорением? Почему?

3. Какие силы, действующие на шарик во время вращения системы, не учитываются в расчетных формулах?
4. Как связаны между собой линейная и угловая скорости?
5. Что характеризуют тангенциальное и нормальное ускорения?
6. Напишите второй закон Ньютона для шарика подвешенного на нити и равномерно движущегося по окружности радиусом R .

Литература