

Работа 7

ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ИМУЛЬСА ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТОЯННЫХ СИЛ

Цель работы: проверить соотношение $\Delta\vec{p}/\Delta t = \vec{F}$.

Введение

Одной из фундаментальных характеристик движущегося тела (материальной точки) является импульс тела. Импульс тела – это векторная физическая величина, численно равная произведению массы тела на его скорость в данной системе отсчета:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (7.1)$$

Направление вектора импульса тела совпадает с направлением вектора его скорости. Воспользовавшись определением импульса, уравнение второго закона Ньютона можно записать в виде:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (7.2)$$

где \vec{F} – результирующая всех сил, действующих на тело.

Уравнение (7.2) позволяет найти приращение импульса тела за любой промежуток времени, если известна зависимость силы \vec{F} от времени. Умножив (7.2) на dt , и проинтегрировав получившееся выражение по времени, найдем приращение импульса частицы за конечный промежуток времени

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt. \quad (7.3)$$

Величина, стоящая в правой части, называется импульсом силы. Таким образом, изменение импульса $\Delta\vec{p}$ частицы за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ равно импульсу силы, действовавшего на него в течение этого промежутка времени.

В частности, если равнодействующая сил не изменяется во времени ($\vec{F} = const$), то вектор \vec{F} можно вынести из-под знака

интеграла и тогда выражение (7.3) дает для приращения импульса за промежуток времени t принимает вид:

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}t. \quad (7.4)$$

Это утверждение справедливо и для проекций векторов \vec{p} и \vec{F} на какую-либо ось координат, например

$$(p_{2x} - p_{1x}) = F_x t. \quad (7.5)$$

Рассмотрим движение бруска массой m , изображенного на рисунке 7.1, рассматриваемого как материальная точка, вниз по наклонной плоскости. При этом на брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, нормальная реакция опоры \vec{N} и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Тогда согласно второму закону Ньютона векторная сумма этих сил равна:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a} \quad (7.6)$$

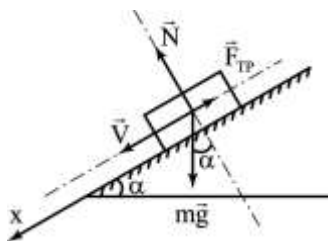


Рис.7.1

Введем оси Ox и Oy направленные соответственно вдоль и поперек наклонной плоскости. Так как брусок перемещается только вдоль наклонной плоскости, то проекция его ускорения на ось

Oy равна нулю и уравнение (7.6) в проекции на ось Oy запишется в виде:

$$-mg \cos \alpha + N = 0 \quad (7.7)$$

Отсюда следует, что нормальная сила N реакции опоры не зависит от того, движется брусок или нет, и равна $N = mg \cos \alpha$.

Значение силы трения, напротив, зависит от того, движется брусок или нет: это может быть либо трение скольжения, либо трение покоя.

Рассмотрим сначала случай, когда брусок покоится относительно доски. Тогда проекция уравнения (7.6) на ось Ox имеет выражение:

$$mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0, \quad (7.8)$$

откуда $F_{TP} = mg \sin \alpha$. Видно, что значение силы трения покоя возрастает с увеличением наклона доски, т. е. угла α . Однако сила трения покоя не может превышать значения μN . Значение силы N , равное $mg \cos \alpha$, убывает с ростом угла α . Ясно, что существует некоторый предельный угол α_0 , при котором неподвижный относительно доски брусок начнет соскальзывать с нее. Этот критический угол наклона доски находится из условия

$$mg \sin \alpha_0 = \mu mg \cos \alpha_0, \quad (7.9)$$

откуда

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_0. \quad (7.10)$$

Видно, что критический угол не зависит от массы бруска. Измерение этого угла позволяет на опыте определить коэффициент трения без использования приборов для измерения сил.

При $\alpha > \alpha_0$ сила трения F_{TP} — это сила трения скольжения и она равна $F_{TP} = \mu N$. Тогда, в случае движения бруска проекция уравнения (7.6) на ось Ox имеет вид:

$$mg \sin \alpha - F_{TP} = ma, \quad (7.11)$$

или с учетом (7.7)

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma. \quad (7.12)$$

Вычислив ускорение a по пути S и времени t скольжения бруска

$$a = \frac{2S}{t^2}, \quad (7.13)$$

из формул (7.12) и (7.13) найдем значение μ :

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2S}{gt^2 \cos \alpha}. \quad (7.14)$$

За некоторый промежуток времени τ движения скорость бруска изменяется от \vec{V}_1 до \vec{V}_2 . Поэтому для данной задачи уравнение (7.4) запишется в следующем виде:

$$m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \tau \vec{F}, \quad (7.15)$$

где \vec{F} - равнодействующая всех сил и равная $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}$.

В проекции на ось Ox выражение (7.13), с учетом формул (7.6) и (7.12), имеет вид:

$$m(V_2 - V_1) = \tau mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \quad (7.17)$$

В работе проверяется выполнение соотношения (7.15).

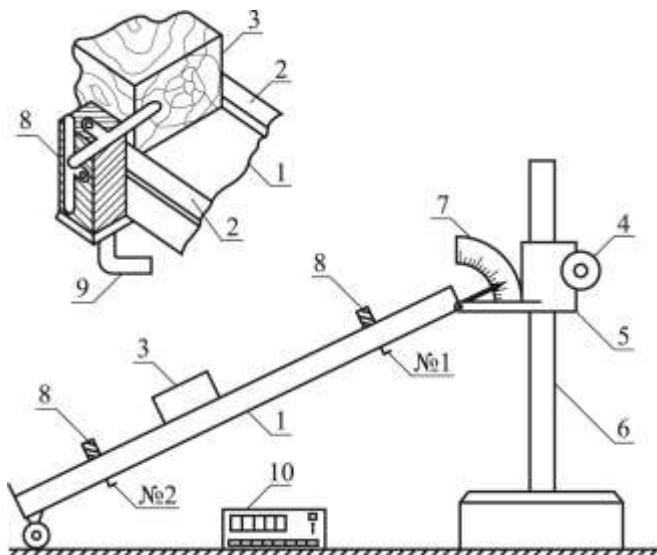


Рис.7.2

Методика выполнения работы

Установка состоит из металлической доски 1 (рис. 7.2) с прикрепленными к ее поверхности двумя линейками 2. Линейки служат одновременно направляющими, между которыми по поверхности доски может перемещаться брусок 3. Наклон доски изменяется с помощью винта 4. Вращение его приводит к перемещению втулки 5 вдоль штока 6. Угол наклона доски изменяется от 0 до 90° и измеряется транспортиром 7.

Установка снабжена устройством для измерения времени, которое состоит из двух индикаторов 8 (№ 1 и № 2). В момент прохождения бруска мимо индикатора № 1 включается отсчет

времени, а в момент его прохождения мимо индикатора № 2 отсчет прекращается. Индикаторы могут перемещаться вдоль плоскости и фиксироваться винтами 9. Измерение времени производится с помощью миллисекундомера 10.

Приборы и принадлежности	Технические характеристики
Универсальная установка по механике с линейкой и транспортиром	
Миллисекундомер	
Брусок	
Источник питания	

Порядок выполнения работы

Задание 1. Проверка соотношения между приращением импульса бруска и действующими на него постоянными силами.

1. Установите угол наклона плоскости $\alpha = 30^\circ$.
2. Установите индикатор №1 в положение $x_1 = 20$ см, а индикатор №2 в положение $x_2 = 60$ см.

Для этого надо поставить брусок передней гранью на нужное положение x , пододвинуть к нему вплотную индикатор так, чтобы его металлические стержни соприкасались между собой, а горизонтальный стержень упирался в переднюю грань бруска. После этого уберите брусок и отведите немного горизонтальный стержень от вертикального. Положение вертикального стержня должно остаться неизменным. Эти действия надо повторять перед каждым измерением.

3. Подготовьте миллисекундомер к работе: нажмите переключатели «режим работы» 1 и «разность»; переключатель «пуск» поднять вверх и поставить брусок так, чтобы он удерживался электромагнитом (напряжение источника питания при этом должно быть минимальным); нажать переключатель «сброс».

4. Измерьте время τ движения бруска между точками с координатами x_1 и x_2 . Для этого надо резко опустить переключатель «пуск», при этом брусок начнет скользить вниз; проходя мимо индикатора № 1, он запустит секундомер, а проходя мимо индикатора № 2 – остановит секундомер. Повторите измерения еще два раза. Для этого надо снова выполнить пп.3 и 4.

5. Измерьте мгновенную скорость бруска в точках x_1 и x_2 . Для этого установите индикаторы как можно ближе друг к другу (~ 2 см), так чтобы точка x_1 (x_2) находилась посередине. После этого измерьте время τ'_1 (τ'_2) прохождения бруска между индикаторами. Измерения времени выполните в каждой точке 3 раза, повторяя операции пп. 3.4.

В пределах погрешностей среднюю скорость движения бруска на малом промежутке между индикаторами можно считать равной мгновенной скорости бруска посередине индикаторов.

6. Измерьте коэффициент трения скольжения по углу трения, изменяя угол наклона плоскости с бруском до тех пор, пока брусок не начнет двигаться. Тогда $\mu = tg\alpha_0$, где α_0 – угол, при котором брусок трогается с места.

Таблица 7.1 $m =$

$d = 2$ см

№ измерений	α_0	μ	F_x , Н	τ , мс	$F_x \tau$, Нс	τ'_1 , мс	V_1 , м/с	τ'_2 , мс	V_2 , м/с	ΔP , Нс
1										
2										
3										
Значение \pm погреш.										

7. По данным таблицы рассчитайте приращение импульса бруска и произведение $F_X \tau$. Масса бруска указана на нем.

Расчетные формулы

$$\langle \alpha_0 \rangle = \frac{\alpha_{0\max} + \alpha_{0\min}}{2}; \quad \Delta\alpha_0 = \frac{\alpha_{0\max} - \alpha_{0\min}}{2}; \quad \mu = \operatorname{tg}\alpha_0;$$

$$\Delta\mu = \Delta\alpha / \cos^2 \alpha;$$

$$F_X = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \quad \Delta F_X = mg \Delta\mu$$

$$\langle \tau \rangle = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}; \quad \Delta\tau = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} \quad \text{или} \quad \Delta\tau_{\text{ПРИБ}}$$

$$\Delta(F_X \tau) = \langle F_X \tau \rangle \sqrt{E_F^2 + E_\tau^2}; \quad E_F = \Delta F_X / F_X; \quad E_\tau = \Delta\tau / \langle \tau \rangle;$$

$$V = d / \langle \tau' \rangle; \quad \Delta V = V \sqrt{E_S^2 + E_{\tau'}^2};$$

$$E_S \approx 5\%; \quad E_{\tau'} = \frac{\Delta\tau'}{\langle \tau' \rangle} \quad \text{или} \quad 0,5\text{мс} / \langle \tau' \rangle;$$

$$\Delta p = m(V_2 - V_1); \quad \delta(\Delta p) = m\sqrt{(\Delta V_1)^2 + (\Delta V_2)^2};$$

8. Сравните полученные результаты и сделайте вывод.

Задание 2. Измерение коэффициента трения по ускорению бруска при соскальзывании его по наклонной плоскости.

1. Установите угол наклона плоскости $\alpha = 30^\circ$.

2. Индикатор №2 поставьте внизу так, чтобы перемещение бруска составляло 30-50 см, измерьте перемещение S .

3. Подготовьте милисекундомер к работе:

нажмите переключатели «режим работы» 4, остальные переключатели должны быть выключены;

переключатель «пуск» поднять вверх и поставить брусок так, чтобы он удерживался электромагнитом (напряжение источника питания при этом должно быть минимальным); нажать переключатель «сброс».

Измерьте время прохождения бруска перемещения S . Повторите измерения еще два раза.

4. Вычислите коэффициент трения по формуле (7.14).

5. Сделайте выводы из результатов выполнения пункта 4 и задания 1 пункта 6.

№ измерений	α	S , см	τ , мс	μ	$\langle \mu \rangle \pm \Delta \mu$
1					
2					
3					

Расчетные формулы

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2S}{gt^2 \cos \alpha}; \quad \langle \mu \rangle = \frac{\mu_{\max} + \mu_{\min}}{2}; \quad \Delta \mu = \frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{2}$$

6. Напишите заключение к работе.

Контрольные вопросы

1. Каковы условия изменения импульса тела?
2. Какова связь между приращением импульса и равнодействующей сил, действующих на тело?
3. Каковы условия сохранения проекции импульса тела?
4. Как определить приращение импульса тела при условии действия на него меняющейся от времени силы \vec{F} в течение некоторого интервала времени?

Литература.