Работа 8

ПРОВЕРКА ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Цель работы: Проверить закон сохранения механической энергии системы взаимодействующих тел: груз и пружина.

Введение

Пусть частица под действием силы $\vec{F}$ совершает перемещение по некоторой траектории из точки 1 в точку 2. Тогда, действие силы $\vec{F}$ на перемещение $d\vec{r}$ можно характеризовать скалярной величиной *A*, равной скалярному произведению $\vec{F}d\vec{r}$, называемой элементарной работой. Если сила $\vec{F}$ постоянна по величине и образует некоторый угол α с направлением перемещения частицы, то работ равна

$$\delta A = \vec{F}d\vec{r} = F\cos\alpha dS = F_S dS\,, \qquad (8.1)$$

где $dS = |d\vec{r}|$ - элементарный путь, пройденный частицей, и F_S - проекция вектора $\vec{F}$ на вектор $d\vec{r}$.

Работа величина алгебраическая, она может быть как положительной, так и отрицательной. Суммируя выражение (81.) по всем элементарным участкам пути, полная работа равна:

$$A = \int_1^2 \vec{F}d\vec{r} = \int_1^2 F_S dS\,. \qquad (8.2)$$

Работа силы упругости пружины

$$A_{УПР} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}\,, \qquad (8.3)$$

где k – жесткость пружины, x_1 и x_2 – начальное и конечное удлинения пружины.

Работа однородной силы тяжести равна

$$A = mgz_1 - mgz_2\,, \qquad (8.4)$$

где z_1 и z_2 – начальная и конечная координата тела вблизи поверхности Земли относительно некоторого уровня.

Видно, что работа данных сил не зависит от формы пути, а зависит от начального и конечного положения точек. Силы, удовлетворяющие этому условию, называются консервативными.

Работа, совершаемая консервативными силами, определяемая только начальными и конечными конфигурациями системы, может быть представлена в виде:

$$A = U_1(\vec{r}) - U_2(\vec{r}), \tag{8.5}$$

где $U(\vec{r})$ – функция состояния системы, зависящие только от координат всех тел системы в поле консервативных сил, называется потенциальной энергией частицы. Таким образом, работа любой консервативной силы равна убыли потенциальной энергии.

Тогда из (8.3-8.5) следует, величина $U = mgz$ - потенциальная энергия тела в поле тяжести, а $U = \dfrac{kx^2}{2}$ - потенциальная энергия деформированной пружины.

В процессе взаимодействия сил на тело может изменяться величина его скорости $\vec{\mathrm{v}}$, а следовательно, и кинетическая энергия $T = \dfrac{m\mathrm{v}^2}{2}$. Согласно теореме о кинетической энергии, приращение кинетическое энергии тела в некотором процессе равно алгебраической сумме работ всех сил, действовавших на тело в течение данного процесса:

$$T_2 - T_1 = \sum A_i . \tag{8.6}$$

Данное уравнение справедливо и для системы частиц. При этом, работу всех сил, действовавших на все тела системы можно представить в виде суммы трех членов: $A_{внутр}$ - работа внутренних консервативных сил; $A_{внутр}^{дис}$ - работа внутренних диссипативных (неконсервативных) сил (сил трения и сопротивления); $A_{внеш}$ -

работа всех внешних сил. Учитывая, что работа $A_{внутр}$ равна убыли потенциальной энергии взаимодействия тел системы, получаем:

$$E_2 - E_1 = A_{внеш} + A_{внутр}^{дис}, \qquad (8.7)$$

где $E = T + U$ - механическая энергия системы. Таким образом, приращение механической энергии системы равно алгебраической сумме работ всех внешних сил и всех внутренних диссипативных сил.

Отсюда вытекает важный вывод – **закон сохранения полной механической энергии**:

механическая энергия замкнутой системы тел при отсутствии в ней внутренних диссипативных сил сохраняется в процессе движения

$$E = T + U = const. \qquad (8.8)$$

Рассмотрим процесс движения бруска, подвешенного на пружине (рис.8.1).

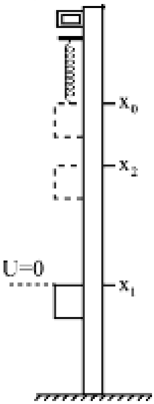

Рис.8.1

Условимся отсчитывать потенциальную энергию в поле тяжести от уровня x_1. В начальном состоянии (пружина растянута, брусок неподвижен) система покоится и механическая энергия равна потенциальной энергии растянутой пружины:

$$E_1 = \frac{k(x_0 - x_1)^2}{2}, \qquad (8.9)$$

где k – коэффициент упругости пружины, x_0 – координата нижней точки не растянутой пружины, x_1 – координата той же точки растянутой пружины.

Во втором положении (при прохождении положения равновесия x_2) система тел находится в движении и полная механическая энергия при пренебрежении массой пружины равна

$$E_2 = T_2 + U_{2T} + U_{2УПР}, \qquad (8.10)$$

где $T_2 = \dfrac{m\text{v}^2}{2}$ – кинетическая энергия бруска, $U_{2T} = mg(x_2 - x_1)$ – потенциальная энергия бруска в поле силы тяжести, $U_{2УПР} = \dfrac{k(x_0 - x_2)^2}{2}$ – потенциальная энергия растянутой пружины в положении равновесия.

Отсутствие диссипативных сил (сопротивлением воздуха и трением бруска о доску пренебрегаем) указывает на то, что механическая энергия системы в данном процессе сохраняется:

$$E_1 = E_2. \tag{8.11}$$

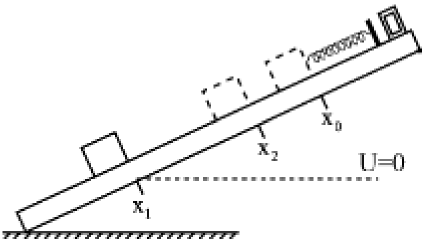

Рис.8.2.

Рассмотрим теперь процесс движения бруска вверх по наклонной плоскости (рси.8.2). В таком процессе вследствие воздействия на него растянутой пружины, механическая энергия системы не сохраняется, так как на брусок действует неконсервативная сила трения со стороны доски. Поэтому, приращение механической энергии системы тел равно работе неконсервативных сил:

$$E_2 - E_1 = A, \tag{8.12}$$

где $E_1 = \dfrac{k(x_0 - x_1)^2}{2}$, $E_2 = mg(x_2 - x_1)\sin\alpha + \dfrac{k(x_2 - x_1)^2}{2} + \dfrac{m\text{v}^2}{2}$ и A - работа силы трения.

Работа заключается в проверке соотношений (8.11) и (8.12).

Методика выполнения работы

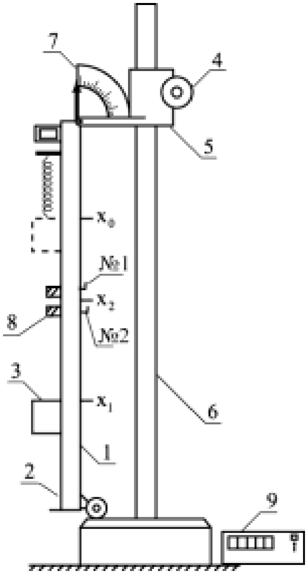

Рис.8.1

Работа выполняется на установке, схема которой показана на рис. 8.3.

Установка состоит из металлической доски 1 с прикрепленными к ее поверхности двумя линейками 2. Линейки служат одновременно направляющими, между которыми по поверхности доски может перемещаться брусок 3. Наклон доски изменяется с помощью винта 4. Вращение его приводит к перемещению втулки 5 вдоль штока 6. Угол наклона доски изменяется от 0^0 до 90° и измеряется транспортиром 7.

Установка снабжена устройством для измерения времени, которое состоит из двух индикаторов 8 (№ 1 и № 2). В момент прохождения бруска мимо индикатора № 1 включается отсчет времени, а в момент его прохождения мимо индикатора № 2 отсчет прекращается. Индикаторы могут перемещаться вдоль плоскости и фиксироваться винтами. Измерение времени производится с помощью миллисекундомера 9.

Приборы и принадлежности	Технические характеристики
Универсальная установка по механике с линейкой и транспортиром	
Миллисекундомер	
Брусок	
Пружина	

Порядок выполнения работы

Задание 1. Сравнение начальной и конечной механической энергии системы тел, при отсутствии диссипативных сил.

1. Установите доску вертикально (см. рис. 8.3), подвесьте брусок на пружине и определите координату x_0 верхней грани бруска в положении недеформированной пружины. Осторожно опустите брусок до положения равновесия и определите координату x_2 в этом положении.

2. Определите жесткость пружины k, используя формулу: $mg = k\left(x_2 - x_0\right)$.

3. Поставьте индикаторы установки для измерения мгновенной скорости бруска в точке с координатой x_2. Для этого установите индикаторы как можно ближе друг к другу (~2 см), так чтобы точка x_2 находилась посередине.

4. Подготовьте миллисекундомер к работе. Оттяните брусок вниз на расстояние 10-20 см (до координаты x_1) и отпустите. Измерьте время прохождения бруска между индикаторами. Повторите измерения еще два раза. Вычислите мгновенную скорость бруска в точке x_2.

Таблица 8.1

$x_0 =$ $d =$	$x_1 =$ $k =$	$x_2 =$	$m =$				
	t ,мс	V , м/с	T_2 , Дж	$U_{2УПР}$, Дж	U_{2T} , Дж	E_2 , Дж	E_1 , Дж
1							
2							
3							
среднее ±погр.							

В пределах погрешностей среднюю скорость движения бруска на малом промежутке между индикаторами можно считать равной мгновенной скорости бруска посередине индикаторов

5. Рассчитайте значения полной механической энергии системы тел в начальном и конечном состоянии. Заполните таблицу 8.1

6. Сравните полученные значения. Сделайте выводы.

Расчетные формулы

$k = mg/(x_2 - x_0)$; $E_k = \Delta x\sqrt{2}/|x_2 - x_0|$

$<t> = \dfrac{t_{МАКС} + t_{МИН}}{2}$; $\Delta t = \dfrac{t_{МАКС} - t_{МИН}}{2}$ или $\Delta t = \Delta t_{приб}$;

$V = d/<t>$; $\Delta V = V\sqrt{E_d^2 + E_t^2}$; $E_d = \Delta d/d$; $E_t = \Delta t/<t>$

$T = \dfrac{m\mathrm{v}^2}{2}$; $\Delta T = T\sqrt{E_m^2 + (2E_{\mathrm{v}})^2}$; $E_V = \dfrac{\Delta \mathrm{v}}{\mathrm{v}}$; $E_m = \dfrac{\Delta m}{m}$;

$U_{2УПР} = \dfrac{k(x_2 - x_0)^2}{2}$; $\Delta U_{2УПР} = U_{2УПР}\sqrt{E_k^2 + \left(2E_{x_2 - x_0}\right)^2}$;

$U_{T2} = mg|x_2 - x_1|$; $\Delta U_T = U_T\sqrt{E_m^2 + E_{(x_2 - x_1)}^2} \approx mg\Delta x\sqrt{2}$;

$E_2 = T_2 + U_{2T} + U_{2УПР}$; $\Delta E_2 = \sqrt{(\Delta T_2)^2 + (\Delta U_{2УПР})^2 + (\Delta U_{2T})^2}$

$E_1 = \dfrac{k(x_1 - x_0)^2}{2}$; $\Delta E_1 = E_1\sqrt{E_k^2 + \left(2E_{x_1 - x_0}\right)^2}$

Задание 2. Сравнение приращения механической энергии системы тел с работой неконсервативных сил.

1. Установите наклон доски $\alpha = 40^0 - 45^0$, подвесьте брусок на пружине и определите координату x_0 верхней грани бруска в положении недеформированной пружины. Осторожно опустите брусок до положения равновесия и определите координату x_2 в этом положении.

2. Запишите в таблицу 8.2 жесткость пружины k определенную в **задание 1**.

3. Поставьте индикаторы установки для измерения мгновенной скорости бруска в точке с координатой x_2. Для этого установите индикаторы как можно ближе друг к другу (~2 см), так чтобы точка x_2 находилась посередине.

4. Подготовьте миллисекундомер к работе. Оттяните брусок вниз на расстояние 15-25 см (до координаты x_1) и отпустите. Измерьте время прохождения бруска между индикаторами. Повторите измерения еще два раза. Вычислите мгновенную скорость бруска в точке x_2.

В пределах погрешностей среднюю скорость движения бруска на малом промежутке между индикаторами можно считать равной мгновенной скорости бруска посередине индикаторов

5. Измерьте коэффициент трения скольжения по углу трения, изменяя угол наклона плоскости с бруском до тех пор, пока брусок не начнет двигаться. Тогда $\mu = tg\alpha_0$, где α_0 – угол, при котором брусок трогается с места

$x_0 =$ $d =$		$x_1 =$ $k =$		$x_2 =$ $\alpha =$		$m =$			
	t ,мс	V , м/с	T_2 , Дж	$U_{2УПР}$, Дж	U_{2T} , Дж	E_2 , Дж	E_1 , Дж	ΔE , Дж	A , Дж
1									
2									
3									
средн ±погр.									

6. Рассчитайте значения приращение полной механической энергии системы тел и работу сил трения.
7. Сравните полученные значения. Сделайте выводы

Расчетные формулы

$$<t>=\frac{t_{МАКС}+t_{МИН}}{2};\ \vartriangle t=\frac{t_{МАКС}-t_{МИН}}{2}\ \text{или}\ \vartriangle t=\vartriangle t_{приб};$$

$$V=d/<t>;\ \vartriangle V=V\sqrt{E_d^2+E_t^2};\ E_d=\vartriangle d/d;\ E_t=\vartriangle t/<t>$$

$$T=\frac{m\mathrm{v}^2}{2};\ \vartriangle T=T\sqrt{E_m^2+\left(2E_{\mathrm{v}}\right)^2};\ E_V=\frac{\vartriangle \mathrm{v}}{\mathrm{v}};\ E_m=\frac{\vartriangle m}{m};$$

$$U_{2УПР}=\frac{k\left(x_2-x_0\right)^2}{2};\ \vartriangle U_{2УПР}=U_{2УПР}\sqrt{E_k^2+\left(2E_{x_2-x_0}\right)^2};$$

$$U_{T2}=mg\left(x_2-x_1\right)\sin\alpha;\ \vartriangle U_T=U_T\sqrt{E_m^2+E_{\left(x_2-x_1\right)}^2}\approx mg\vartriangle x\sqrt{2};$$

$$E_2=T_2+U_{2T}+U_{2УПР};\ \vartriangle E_2=\sqrt{\left(\vartriangle T_2\right)^2+\left(\vartriangle U_{2УПР}\right)^2+\left(\vartriangle U_{2T}\right)^2}$$

$$E_1=\frac{k\left(x_1-x_0\right)^2}{2};\ \vartriangle E_1=E_1\sqrt{E_k^2+\left(2E_{x_1-x_0}\right)^2}$$

$$\vartriangle E=E_2-E_1;\ \delta(\vartriangle E)=\sqrt{(\vartriangle E_1)^2+(\vartriangle E_2)^2}$$

$$A=\mu mg(x_1-x_2)\cos\alpha;\ \vartriangle A=\sqrt{E_\mu^2+(E_{x_1-x_0})^2}$$

Учет массы пружины при проведении работы

При проведении лабораторной работы считалось, что пружина легкая. На самом деле масса пружины m' может быть значительной. Для учета этой массы, необходимо сделать поправки в значение полной механической энергии. Считая, что скорость движения частей пружины линейно зависит от координаты (свободный конец движется со скоростью V бруска, а скорость другого равна нулю) можно получить поправку для кинетической энергии:

$$T' = \frac{m'V^2}{6}.$$

Так как центр тяжести пружины поднимается на высоту в два раза меньшую, чем свободный конец пружины, то поправка для потенциальной энергии равна

$$U'_T = m'g\left(x_2 - x_1\right)/2.$$

Рассчитайте соответствующие поправки и сделайте вывод, можно ли пренебречь массой пружины. Напишите заключение к работе.

Контрольные вопросы

1. Может ли потенциальная энергия быть отрицательной?
2. Какие силы называются консервативными?
3. Что такое механическая энергия тела? Системы тел?
4. Какова связь между работой консервативной силы и соответствующей ей потенциальной энергией?
6. При каких условиях сохраняется механическая энергия системы тел?
7. Как изменяется механическая энергиязамкнутой системы тел при наличии сил трения?

Литература