

РАБОТА 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Цель работы: определить среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекул газа.

Введение

Молекулы газа, находясь в тепловом движении, непрерывно сталкиваются друг с другом. Под столкновением молекул подразумевают процесс взаимодействия между молекулами, в результате которого молекулы изменяют направление своего движения.

Расстояние, которое молекула проходит между двумя последовательными соударениями, называется длиной свободного пробега молекулы. Эта величина для различных молекул может сильно различаться. Даже для одной и той же молекулы от соударения к соударению она может меняться с очень широким интервалом. Однако среднее значение этой величины для данного состояния газа является величиной постоянной. Средняя длина свободного пробега молекул $\langle \lambda \rangle$ зависит от числа молекул в единице объема газа. Кроме того, чем больше размер молекулы, тем меньше средняя длина свободного пробега.

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется эффективным диаметром молекулы d . Эффективный диаметр молекул зависит от энергии и температуры. С ростом температуры эффективный диаметр уменьшается, т.к. увеличивается кинетическая энергия молекулы.

Средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ и эффективный диаметр молекулы d связаны между собой соотношением

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n d^2}, \quad (9.1)$$

где n – число молекул газа в единице объема (концентрация молекул) при давлении P и температуре T .

При нормальных условиях $\langle \lambda \rangle \sim 10^{-7}$ м, $d \sim 10^{-10}$ м.

В данной работе определяется средняя длина свободного пробега молекул воздуха по коэффициенту внутреннего трения (вязкости).

Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа, движущимися с разными скоростями, заключается в том, что вследствие хаотического теплового движения молекул происходит обмен молекулами между слоями газа (жидкости), в результате чего импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее – увеличивается (происходит перенос импульса от одного слоя к другому). Это приводит к торможению слоя, движущегося быстрее, и ускорению слоя, движущегося медленнее.

Из молекулярно-кинетической теории вытекает формула, связывающая вязкость со средней длиной свободного пробега молекулы. Эта формула имеет вид:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \cdot \langle v \rangle, \quad (9.2)$$

где η – коэффициент внутреннего трения (вязкости); ρ – плотность газа; $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость движения молекул.

Среднюю арифметическую скорость молекул газа можно найти по формуле

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (9.3)$$

где M – молярная масса воздуха, R – универсальная газовая постоянная.

Плотность газа ρ находится из уравнения идеального газа и записывается в виде:

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}, \quad (9.4)$$

где P – давление газа, T – температура.

Величину внутреннего трения газа (η) можно определить, используя закон Пуазейля, согласно которому объем газа, протекающего по трубке радиусом r , длиной l за время t выражается следующим образом:

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta P}{8l\eta}. \quad (9.5)$$

Из выражения (9.1) с учетом уравнений (9.2), (9.3) и (9.4), получается следующая формула для определения средней длины пробега молекул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3\pi}{16} \sqrt{\frac{\pi R}{2M}} \cdot \frac{r^4 t \Delta P \sqrt{T}}{V \mu P}. \quad (9.6)$$

Учитывая, что $R = 8,31$ Дж/К·моль и молярная масса воздуха $M = 0,029$ кг/моль, тогда коэффициент пропорциональности в формуле (9.5) равен

$$C = \left[\frac{3 \cdot 3,14}{16} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 8,31}{2 \cdot 0,029}} \right] = 12,5 \text{ (Дж/кг} \cdot \text{К)}^{1/2} .$$

Таким образом, формула (9.5) принимает следующий вид:

$$\langle \lambda \rangle = C \frac{r^4 l \Delta P \sqrt{T}}{V l P}, \quad (9.7)$$

где r – радиус капилляра; l – длина капилляра; P , T – давление и температура воздуха в помещении; V – объем воздуха, вошедшего в сосуд за время t ; ΔP – разность давлений на концах капилляра.

Эффективный диаметр молекул воздуха можно вычислить из формулы (9.1)

$$d = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2\pi n} \langle \lambda \rangle}} .$$

Концентрация молекул определяется из соотношения

$$n = n_0 \frac{PT_0}{P_0 T}, \quad (9.8)$$

где T_0 , P_0 , n_0 - соответственно температура, давление и концентрация молекул воздуха при нормальных условиях ($T_0 = 273 \text{ К}$, $P_0 = 760 \text{ мм рт. ст.}$, $n_0 = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ – число Лошмидта, т.е. концентрация молекул при нормальных условиях).

Учитывая уравнение (9.8) эффективный диаметр молекулы воздуха (D) можно записать в виде

$$d = \sqrt{\frac{P_0 T}{\sqrt{2\pi} \langle \lambda \rangle T_0 n_0 P}} . \quad (9.9)$$

Методика выполнения работы

Установка для определения средней длины свободного пробега молекул воздуха представлена на рис. 9.1. Сосуд 1 заполняется водой, таким образом, чтобы капилляр 3 не касался поверхности воды. Сверху сосуд плотно закрывается пробкой 2, сквозь которую пропущен капилляр 3. Снизу сосуд снабжен краном 4. Под краном ставится мерный стакан (5) для сбора воды. При закрытом кране давление воздуха над жидкостью равно атмосферному. Если открыть кран, то жидкость сначала начнет вытекать непрерывной струей, а затем каплями. В то же время через капилляр в сосуд начнет всасываться воздух.

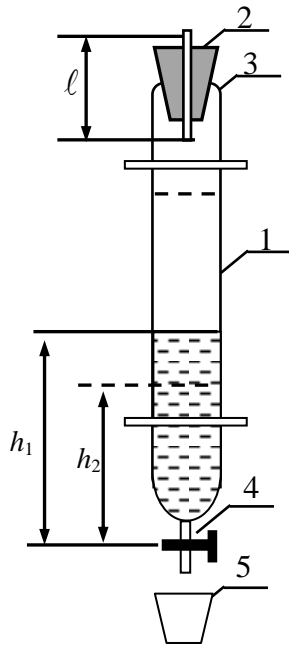


Рис. 9.1

Капилляр является той трубкой, через которую устанавливается течение воздуха в результате того, что разные ее концы находятся под разным давлением (верхний – под атмосферным $P_{атм}$, а нижний – под давлением газа внутри сосуда $P_{вн}$, который меньше атмосферного). Следовательно, разность давлений на концах капилляра $\Delta P = P_{атм} - P_{вн}$.

При установившемся течении воды через кран, когда она вытекает каплями, давление воздуха внутри сосуда и гидростатического давления жидкости на уровне отверстия (ρgh) уравниваются атмосферным давлением воздуха около крана:

$$P_{вн} + \rho gh = P_{атм},$$

откуда

$$P_{атм} - P_{вн} = \rho gh = \Delta P. \quad (9.10)$$

Видно, что перепад давлений на концах капилляра изменяется с высотой воды в сосуде по линейному закону. Поэтому, необходимо взять средний перепад давлений в начале и в конце истечения жидкости

$$\Delta P = \rho g \frac{h_1 + h_2}{2}, \quad (11)$$

где h_1 , h_2 – высоты уровня жидкости в сосуде в момент времени, соответствующие началу и концу измерений, g – ускорение свободного падения, ρ – плотность воды.

Подставив (9.11) в (9.7), получаем

$$\langle \lambda \rangle = C \frac{r^4 t \rho g (h_1 + h_2) \sqrt{T}}{2VIP}. \quad (9.12)$$

Объем воздуха протекающего через капилляр равен

$$V = \frac{\pi D_c^2 (h_1 - h_2)}{4}, \quad (9.13)$$

где D_c – диаметр сосуда.

С учетом выражения (9.13) средняя длина свободного пробега молекул воздуха будет определять выражением

$$\langle \lambda \rangle = C \frac{4r^4 t \rho g (h_1 + h_2) \sqrt{T}}{2\pi D_c^2 (h_1 - h_2) l P} . \quad (9.14)$$

Радиус капилляра в данной работе известен, либо его измеряют с помощью микроскопа. Температуру и атмосферное давление воздуха измеряют термометром и барометром, установленными в помещении лаборатории.

Порядок выполнения работы

1. Подготовьте таблицы 9.1 и 9.2 для записи результатов измерений.
2. Запишите в таблицу 9.1 атмосферное давление P , определенное по барометру и измеренную по термометру комнатную температур T . Диаметр сосуда, диаметр и длина капилляра указаны на установке.

Таблица 9.1.

Атмосферное давление $P \pm \Delta P$, кПа	Комнатная температура $T \pm \Delta T$, С	Диаметр капилляра $d_k \pm \Delta d_k$, мм	Длина капилляра $l \pm \Delta l$, мм	Диаметр сосуда $D \pm \Delta D$, мм

3. Закройте кран и заполните сосуд водой так, чтобы от поверхности воды до капиллярной трубки оставалось 2-3 см. Плотнo закройте сосуд сверху пробкой с капилляром. Поставьте под кран мерный стакан.
4. Откройте кран установки. Дождавшись, когда вода начнет вытекать из сосуда каплями, включите секундомер. Зафиксируйте высоту уровня воды h_1 по линейки, соответствующую началу измерений.

Таблица 9.2

№ п/п	h_1 , см	h_2 , см	t , с	$\langle \lambda \rangle \pm \Delta \lambda$, нм	$\langle d \rangle \pm \Delta d$, нм
1					
2					
3					
4					
5					
Ср.зн. \pm погр.					

5. Когда уровень воды в сосуде опустится на 2-3 см., остановите секундомер, одновременно перекрыв кран. Отметьте новый уровень воды h_2 . Результаты измерений запишите в таблицу 9.2.
6. Долейте воду в сосуд до первоначального уровня.
7. Повторите измерения п.п.4-5 не менее 5 раз. Результаты измерений занесите в таблицу 9.2.
8. По формуле (9.14) определите среднюю длину свободного пробега молекул воздуха. Рассчитайте погрешность $\Delta\lambda$. Результаты занесите в таблицу 9.2.
9. Используя среднее значение длины свободного пробега, по формуле (9.9) вычислите величину эффективного диаметра молекул воздуха и ее погрешность.
10. Напишите заключение к работе.

Контрольные вопросы

1. Что называется средней длиной свободного пробега и эффективным диаметром молекул? Запишите связь между этими величинами.
2. Почему длина свободного пробега зависит от атмосферного давления?
3. Как влияет влажность воздуха в лаборатории на точность измерения длины свободного пробега?
4. Выведите расчетную формулу (9.6).
5. Запишите закон Пуазейля. Почему длина свободного пробега зависит от длины капилляра?
6. Почему эффективный диаметр молекул газа не является константой, от чего он зависит?
7. Сравните значения свободного пробега кислорода, азота, водорода и ряда других газов. Какие выводы можно сделать из проведенного анализа?
8. Как зависит величина длины свободного пробега молекул от скорости их движения?
9. Почему концы капилляра в эксперименте находятся под разным давлением? От чего зависит величина этого давления?
10. Определите коэффициент теплопроводности воздуха, используя данные, полученные в эксперименте.
11. Как изменится длина свободного пробега, если газ станет реальным (ван-дер-ваальсовским газом)?
12. Как влияет точность изготовления капилляра на точность измерений?