РАБОТА 2

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ В ПРОСТОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Цель работы: изучение затухающих электрических колебаний в простом колебательном контуре.

Введение

Простой колебательный контур состоит из последовательно соединенных элементов: конденсатора емкостью *C*, катушки с индуктивностью *L* и резистора с сопротивлением *R* (рис.2.1).

Если конденсатор *C* зарядить, а затем замкнуть цепь контура ключом К, то в цепи возникнут электромагнитные колебания. Действительно, при замыкании ключа *К,* конденсатор *C* начнет разряжаться и в контуре появится нарастающий во времени ток силой *I(t),* и магнитное поле *B(t)*, пропорциональное этому току, в результате чего в контуре возникнет ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = -L\dfrac{dI}{dt}$. Эта ЭДС по правилу Ленца сначала будет замедлять скорость разряда конденсатора, а после того, как конденсатор полностью разрядится, она будет поддерживать ток в контуре в прежнем направлении. В результате этого процесса конденсатор емкостью *C* будет периодически перезаряжаться. Во время разряда конденсатора, энергия электрического поля будет превращаться в энергию магнитного поля катушки индуктивностью *L*. И, наоборот, во время заряда конденсатора энергия магнитного поля будет превращаться в энергию электрического поля.

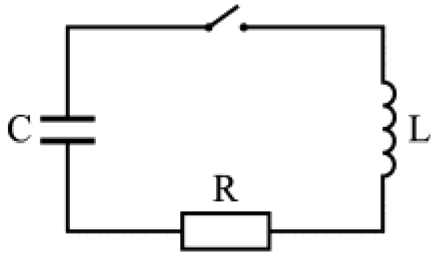

Рис. 2.1

Так как контур всегда обладает активным сопротивлением *R* даже при отсутствии резистора (имеется активное сопротивление обмотки катушки и конденсатора), часть электромагнитной энергии переходит в тепло, в результате чего колебательный процесс в контуре будет затухающим.

Получим уравнение, описывающее затухающий колебательный процесс в контуре. По закону Ома для замкнутой цепи

$$\varepsilon_s = IR + U \,, \qquad (2.1)$$

где U – напряжение зарядки конденсатора, а I – ток в цепи.

Используем известные соотношения: $U = \dfrac{q}{C}$, $I = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{dU}{dt}$ и $\varepsilon_s = -L\dfrac{dI}{dt} = -LC\dfrac{d^2U}{dt^2}$.

Тогда уравнение (2.1) можно записать в следующем виде:

$$-LC\frac{d^2U}{dt^2} = RC\frac{dU}{dt} + U\,. \tag{2.2}$$

Это обыкновенное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Запишем его в следующем виде:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\beta\frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0\,, \tag{2.3}$$

где введены следующее обозначения:

$$\beta = \frac{R}{2L}\,;\ \omega_0^2 = \frac{1}{LC}\,. \tag{2.4}$$

Коэффициент β называется коэффициентом затухания, ω_0 - круговая частота собственных незатухающих колебаний в контуре ($\beta = 0$). При условии, что $\beta < \omega_0$, решение уравнения (2.3) имеет вид:

$$U(t) = U_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha)\,, \tag{2.5}$$

где U_0 - максимальное значение напряжения на конденсаторе; α - начальная фаза; ω - круговая частота свободных затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,. \tag{2.6}$$

Амплитуда затухающих колебаний $A = U_0 e^{-\beta t}$, как видно на рис.2.2, убывает со временем.

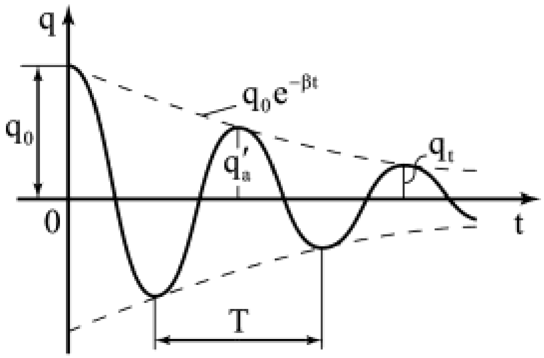

Рис. 2.2

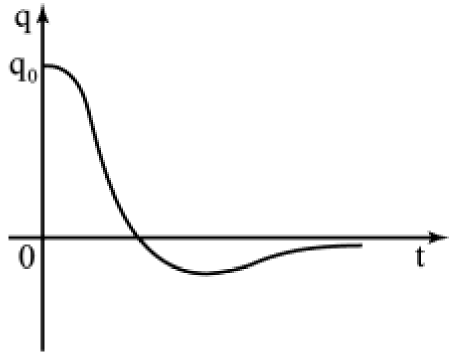

Рис. 2.3

Период затухающих колебаний связан с частотой соотношением

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \left(\dfrac{R}{2L}\right)^2}}\,. \tag{2.7}$$

При слабом затухании ($\beta << \omega_0$), период колебаний равен периоду незатухающих колебаний (формула Томсона)

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \qquad (2.8)$$

С увеличением коэффициента затухания β, период колебаний растет, стремясь к бесконечности при $\beta \to \omega_0$. Это означает, что вместо колебаний будет происходить апериодический разряд конденсатора (рис.2.3). Активное сопротивление контура, при котором наступает апериодический процесс, называется критическим сопротивлением. Значение критического сопротивления $R_{кр}$ определяется условием $\beta = \omega_0$ или $\frac{R_{кр}}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, откуда

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}\,. \qquad (2.9)$$

Для характеристики затухающих колебаний вводится понятие логарифмического декремента затухания λ, который определяется соотношением:

$$\lambda = \ln\frac{A_1}{A_2}, \qquad (2.10)$$

где A_1 и A_2 - амплитуды колебаний напряжения, которые соответствуют моментам времени, отличающимся на период, т.е.

$$A_1 = A(t), \quad A_2 = A(t+T)\,.$$

Следовательно, получаем, что логарифмический декремент затухания равен

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln e^{\beta T} = \beta T\,. \qquad (2.11)$$

Для характеристики колебательного контура часто используют добротность

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi\tau}{\mathrm{T}} = \pi N_e\,, \qquad (1.12)$$

где N_e – число полных колебаний, совершаемых системой за время τ, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в *e* раз.

С учетом выражений (2.4) и (2.7), добротность можно представить в виде:

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{L}}\,. \qquad (2.13)$$

При $Q = 0$, наступает апериодический процесс, т.е. при этом не совершается ни одного полного колебания.

В случае слабого затухания ($\beta << \omega_0$), имеем $\omega = \omega_0$, $T = 2\pi\sqrt{LC}$ и формулу (2.12) можно представить в виде:

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\,. \tag{2.14}$$

Методика выполнения работы

Исследование затухающих электрических колебаний проводится с помощью схемы, содержащей сопротивление, индуктивность и емкость, показанной на рис. 2.4.

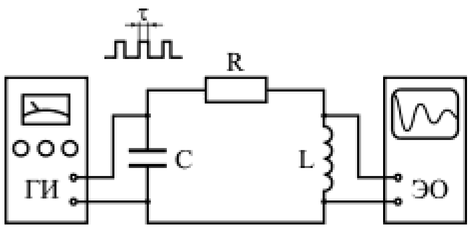

Рис.2.4

Генератор импульсов вырабатывает короткие импульсы длительностью $\tau \approx 10^{-5}$ с и прямоугольные импульсы, заряжающие конденсатор C. За время между импульсами в контуре происходят свободные затухающие колебания. Напряжение, возникающее на катушке индуктивности, подается на вход осциллографа, на экране которого наблюдается картина затухающих колебаний, аналогичная показанной на рис. 2.2. Изменяя сопротивление R от 0 до R_{KP}, можно наблюдать переход от колебательного процесса к апериодическому (рис. 2.3).

Порядок выполнения работы

Задание 1. Изучение затухающих колебаний контура в зависимости от параметров контура: L, C, R. Определение критического сопротивления колебательного контура.

1. Опишите характеристики приборов и данные занесите в заранее подготовленную таблицу «Приборов и принадлежностей»
2. Соберите схему согласно рис. 2.4.
3. Включите генератор импульсов и осциллограф.
4. Выставите необходимые параметры на осциллографе для работы:
   1) Переключатель «Coupling» переведите в режим «NORM»;
   2) Переключатель «Source» установите в положение «CH1»;
   3) Переключатель «TIME/DIV» (время/деление) установите в положение 0.1мс/дел;
   4) Переключатель «VAR SWEEP» поверните в крайне правое положение;
   5) Переключатель «HOLD OFF» должен находиться в крайнем левом положении;
   6) Кнопка «X-Y» отжата;

7) Переключатель входа «AC-GDN-DC» в режиме AC

8) Переключатель «VOLD/DIV» для первого канала установите напротив 1 В/дел, при этом ручка плавной регулировки«VAR» на этом переключателе должна быть в крайнем правом положении;

9) Регулятор «TRIG LEVEL» для установки уровня синхронизации установите в среднее положение, при этом он должен быть не вытянут.

10) Регулятор «FOCUS» используется фокусировки луча;

11) Ручка «INTENSITY» для регулирования яркости луча;

12) Ручки «↕» и «↔» используются для перемещения луча по вертикали и горизонтали.

5. С помощью регулятора «TRIG LEVEL» установите нормальный уровень синхронизации.
6. Установите переключатель «VOLD/DIV» так, чтобы исследуемый сигнал занимал 2/3 высоты экрана осциллографа.
7. При «выведенном» магазине сопротивлений (т.е. $R = 0$), на экране осциллографа наблюдается устойчивая картина затухающих колебаний (подобная рис. 2.2). Меняя значения R и C при фиксированном значении L, проследите за процессом изменения затухающих колебаний. Зарисуйте осциллограммы, наблюдаемые на экране.
8. Для заданных в таблице 2.1 значений C, постепенно увеличивая сопротивление R, добейтесь перехода от колебательной формы разряда конденсатора к апериодической (подобно рис. 2.3). Значение активного сопротивления $R_{КР.ЭКСП}$, при котором в контуре возникнет апериодический разряд, запишите в табл. 2.1.

Таблица 2.1

L, мГн	C, мкФ	$R_{КР.ТЕОР}$, Ом	$R_{КР.ЭКСП}$, Ом
2,97	1		
2,97	2		
2,97	3		

9. Рассчитайте для данных L и C теоретическое значение $R_{КР.ТЕОР}$ по формуле (2.9) и погрешность $\Delta R_{КР} = R_{КР} \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2}$. При расчетах следует учесть и активное сопротивление индуктивности. Данные запишите в табл. 2.1. Сравните экспериментальное значение критического сопротивления с рассчитанным по формуле (2.9).

Задание 2. Исследование зависимости периода колебаний T от величины C и R.

1. Поставьте на магазине сопротивлений $R_M=0$. Для конкретных значений L, C, заданных в таблице 2.2, и активного сопротивления катушки индуктивности рассчитайте $T_{ТЕОР}$ период затухающих колебаний по формуле (2.7).
2. При «выведенном» магазине сопротивлений, для заданных в таблице 2.2 значений C, с помощью осциллографа оцените экспериментальные значения периода колебаний $T_{ЭКСП}$ и $\Delta T_{ЭКСП}$. Сравните экспериментальные значения с теоретическими.
3. Постройте график теоретической зависимости $T = f\left(\sqrt{LC}\right)$.

Таблица 2.2

L, мГн	C, мкФ	$T_{ЭКСП}$, дел	TIME/DIV, мс	$T_{ЭКСП}$, мс	$T_{ТЕОР}$, мс	$\sqrt{LC}$, мс
2,97	1					
2,97	2					
2,97	3					

Задание 3.. Определение логарифмического декремента затухания колебательного контура.

1. При «выведенном» магазине сопротивлений, значение C=1 мкФ на картине затухающих колебаний, измерьте амплитуды колебаний A_1 и A_2. Рассчитайте экспериментальное значение $\lambda_{эксп}$ логарифмического декремента затухания по формуле (2.10). Данные запишите в таблицу 2.3
2. Оцените погрешность $\lambda_{эксп}$ по формуле $\Delta\lambda_{эксп} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A_1}{A_1}\right) + \left(\frac{\Delta A_2}{A_2}\right)}$.
3. Проделайте пункты 1 и 2 задания 3 при других значениях магазина емкостей. Полученные значения запишите в табл. 2.3.
4. Рассчитайте теоритическое значение $\lambda_{теор}$ с учетом формул (2.11), (2.4) и (2.7). Заполните таблицу 2.3. Сравните $\lambda_{теор}$ и $\lambda_{эксп}$.

Таблица 2.3

L, мГн	C, мкФ	A_1, дел	A_2, дел	$\lambda_{ЭКСП}$	$\lambda_{ТЕОР}$ мс
2,97	1				
2,97	2				
2,97	3				

5. Напишите заключение к работе.

Контрольные вопросы

1. Нарисуйте принципиальную схему колебательного контура и поясните процесс возникновения электромагнитных колебаний.
2. Запишите уравнение, описывающие колебания в контуре.
3. Почему в реальном колебательном контуре свободные электромагнитные колебания являются затухающими?
4. Как экспериментально определить период свободных электромагнитных колебаний в контуре?
5. От чего зависит величина периода затухающих колебаний?
6. Что такое критическое сопротивление $R_{КР}$? Как его рассчитать? Как экспериментально определить?