

**Задание по математике для учащихся 9 классов****1. Вычислить:**

$$1.1. \frac{\left(\frac{3}{5} + 0,425 - 0,005\right) : 0,1}{30,5 + \frac{1}{6} + 3\frac{1}{3}} + \frac{6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}}{26 : 3\frac{5}{7}} - 0,05;$$

$$1.2. \frac{\left(3^{-1} - \sqrt{1\frac{7}{9}}\right)^{-2}}{\frac{37}{300} : 0,0925} + 12,5 \cdot 0,64;$$

$$1.3. \frac{\sqrt{6,3 \cdot 1,7} \cdot \left(\sqrt{\frac{6,3}{1,7}} - \sqrt{\frac{1,7}{6,3}}\right)}{\sqrt{(6,3 + 1,7)^2 - 4 \cdot 6,3 \cdot 1,7}};$$

$$1.4. \frac{(0,6)^0 - (0,1)^{-1}}{(3 : 2^3)^{-1} \cdot (1,5)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}};$$

$$1.5. \frac{\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} + (2,5)^{-2}}{\left(\frac{5}{7} + 2,5\right)^{-2}} - (\sin 60^\circ - \cos 30^\circ)^{-2};$$

$$1.6. \left(\frac{7}{\sqrt{11}-2} + \frac{5}{4+\sqrt{11}}\right)^{-2} \cdot \left(\sqrt{1\frac{1}{3}} - \sqrt{16\frac{1}{3}}\right)^2;$$

$$1.7. (3-2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{17+12\sqrt{2}} + (\sqrt{3}-2) \cdot \sqrt{7+4\sqrt{3}}.$$

2. Упростить выражение:

$$2.1. \left(\frac{a^2}{a^2-b^2} - \frac{a^2b}{a^2+b^2} \cdot \left(\frac{a}{ab+b^2} + \frac{b}{a^2+ab}\right)\right) : \frac{b^3}{a^2-b^2};$$

$$2.2. \left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2}\right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a}\right) \cdot \frac{b+2a}{2ab-4a^2};$$

$$2.3. 2x^2\sqrt{x^6y^6} + x^3y\sqrt{x^4y^4} \text{ при } x < 0, y > 0;$$

$$2.4. \frac{x^4+1}{x^2-x\sqrt{2}+1}.$$

3. Решите уравнение:

$$3.1. (8x-1) \cdot (3x+5) - (2x-1)(8x+6) = 33x+53;$$

$$3.2. 7x^2 + 4x - 11 = 0;$$



$$3.3. (5x-7)(8x+1) = (8x+1)^2;$$

$$3.4. \frac{2x-1}{x^2-3x-4} - \frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{x+2};$$

$$3.5. (x^2+x-2)^2 - x^2(x^2+2x-2) - 8 = 0;$$

$$3.6. \frac{6x}{3x-1} - \frac{8}{3x+1} + \frac{48}{9x^2-1} = 7.$$

4. Докажете неравенство:

$$4.1. \left(\frac{a^2}{a^2+ab} - \frac{a^2-b^2}{ab} - \frac{b^2}{ab+b^2} \right) \cdot \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} + \frac{a+b}{ab} < \frac{2+a^2}{a}.$$

5. Решите неравенство:

$$5.1. \frac{3x+5}{7} - \frac{5x-3}{11} \geq \frac{8x+1}{13};$$

$$5.2. (4x-3)^2 + (3x-7)^2 \leq (5x+1)^2;$$

$$5.3. (3x-7) \cdot \sqrt{5x+3} < 0;$$

$$5.4. (3x-7) \cdot \sqrt{5x+3} > 0;$$

$$5.5. \frac{3x-7}{\sqrt{5x+3}} \geq 0.$$

6. Постройте график функции:

$$6.1. y = 3x + 2;$$

$$6.2. y = |3x + 2|;$$

$$6.3. y = 3|x| + 2;$$

$$6.4. y = 2x + 1 + |x + 1|;$$

$$6.5. y = 1 + \frac{1}{x-3};$$

$$6.6. y = \frac{x-2}{x-3};$$

$$6.7. y = \left| \frac{x-2}{x-3} \right|.$$

**7. Текстовые задачи:**

- 7.1. Теплоход прошел по течению реки 48км и столько же против течения, затратив на весь путь 5ч. Найдите скорость течения реки, если скорость теплохода по течению 24км/ч.
- 7.2. Расстояние между двумя пристанями по реке 80км. Пароход проходит путь туда и обратно за 8ч 20мин. Определите скорость течения реки, если скорость парохода против течения 16км/ч.
- 7.3. Два сварщика, работая вместе, могут выполнить заказ за 7 дней, причем второй начинает работу на 1,5 дня позже первого. За сколько дней каждый из них может выполнить этот заказ, работая отдельно, если второму потребуется на 3 дня меньше, чем первому.
- 7.4. Двое рабочих, выполняя определенное задание вместе, могли бы закончить его за 12 дней. Если сначала будет работать только один из них, а когда он выполнит половину всей работы, его сменит другой, то все задание будет сделано за 25 дней. За сколько дней каждый из них выполнит это задание?
- 7.5. Тело движется по закону $S(t) = \frac{at^2}{2} + V_0t$ (м). За 2с оно прошло 44м, за 4с – 96м. За какое время оно пройдет 300м?
- 7.6. Смешав 8г одной жидкости с 6г второй жидкости, получим смесь с удельным весом $0,7 \frac{г}{см^3}$. Найдите удельный вес каждой жидкости, если удельный вес первой на $0,2 \frac{г}{см^3}$ больше удельного веса второй.
- 7.7. К раствору, содержащему 40г соли, добавили 200г воды, после чего концентрация уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор, и какова была его концентрация?
- 7.8. Придумайте задачу, решение которой приводит к уравнению $\frac{20}{x+10} + \frac{40}{50-x} = 2$.
Решите эту задачу.
- 7.9. Придумайте задачу, решение которой приводит к уравнению $\frac{30}{x+10} - \frac{40}{35+x} = 1$.
Решите эту задачу.



8. Задачи по геометрии:

- 8.1. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точки K и M – середины сторон AD и BC , а точки L и N – середины диагоналей BD и AC , причем $KM \perp LN$ и $KN=LN$. Найдите величину угла, образованного продолжениями сторон AB и CD .
- 8.2. Из вершины прямого угла меньшего основания прямоугольной трапеции под углом 45° к этому основанию проведен луч, который проходит через середину большей боковой стороны. Докажите, что меньшая боковая сторона этой трапеции равна удвоенной средней линии трапеции.
- 8.3. Докажите, что сумма диагоналей любой трапеции больше суммы ее оснований.
- 8.4. Периметр треугольника равен 42см, а его основание равно 20см. Медиана, проведенная к этому основанию, равна 5см. Найдите боковые стороны треугольника.
- 8.5. Большее основание трапеции равно 6дм, а меньшее 4дм. Углы при большем основании равны 30° и 45° . Найдите площадь трапеции.
- 8.6. Площадь трапеции равна 20м^2 , а расстояние от середины одной боковой стороны до другой равно 5м. Найдите длину этой стороны.
- 8.7. Отрезок AA_1 – биссектриса треугольника ABC . Точка B_1 на стороне AC такова, что отрезок BB_1 пересекает биссектрису AA_1 в точке O и при этом $\frac{BO}{OB_1} = \frac{a+c}{b}$, где $a=BC$, $b=AC$, $c=AB$. Докажите, что отрезок BB_1 – биссектриса треугольника ABC .
- 8.8. Точки A_1 , B_1 , C_1 на сторонах BC , AC , AB треугольника ABC таковы, что отрезки AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке. Через K , M , N – середины сторон AB , BC и AC соответственно – проведены прямые KK_1 , MM_1 и NN_1 , параллельные прямым CC_1 , AA_1 и BB_1 соответственно. Докажите, что прямые KK_1 , MM_1 и NN_1 пересекаются в одной точке.
- 8.9. Две окружности касаются внешним образом в точке A . Через эту точку проведены две секущие. Одна из секущих пересекает первую окружность в



точке E , а вторую окружность – в точке C . Другая секущая пересекает окружности в точках D и B . Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

- 8.10. Центр окружности, касающейся стороны BC треугольника ABC в точке B и проходящей через точку A , лежит на стороне AC . Найдите площадь треугольника ABC , если $BC=6$ м $AC=9$ м.
- 8.11. В равнобедренном прямоугольном треугольнике вневписанная окружность касается катета, продолжений гипотенузы и другого катета. Радиус этой окружности равен 2см. Найдите катеты треугольника.
- 8.12. Точка D , не принадлежащая ни одной из прямых AB , AC и BC , соединена отрезками с вершинами треугольника ABC . Пусть O , E , F , K , M – точки пересечения медиан треугольников ABC , BDC , CDA , ADB и EFK соответственно.
- 8.12.1. Докажите, что точки D , M , O лежат на одной прямой.
- 8.12.2. Найдите, в каком отношении точка M делит направленный отрезок \overrightarrow{DO} .
- 8.13. Точки A , B и C – центры вневписанных окружностей треугольника MNP , стороны MN , NP и PM которого равно соответственно r , m и n . Докажите, что центром масс системы точек M , N и P с массами m , n и r соответственно является точка пересечения высот треугольника ABC .